

**André Freitas A74619  
Cesário Perneta A73883  
João Palmeira A73864  
Sofia Carvalho A76658**

**Trabalho 3**

**MIEI**

**13/01/2017**

Relatório Trabalho Prático MDIO

# Conteúdo

[Conteúdo 1](#_Toc471938822)

[Introdução 2](#_Toc471938823)

[Parte 1 3](#_Toc471938824)

[Parte 2 58](#_Toc471938825)

[Parte 3 117](#_Toc471938826)

[Conclusão 190](#_Toc471938827)

# Introdução

Este trabalho consiste na construção de um modelo de programação linear para uma empresa de produção de sumos.

Essa empresa produz três tipos de sumos de frutas à base de concentrado: laranja, maçã e pêra. Neste trabalho analisaremos as quantidades a comprar, a produzir e a armazenar, em cada período e de cada tipo de sumo num período de doze meses de forma a minimizar os custos totais desta empresa.

Pretendemos, também, com este trabalho, consolidar os conhecimentos adquiridos na unidade curricular, principalmente os relacionados com modelos de programação linear mista, cuja utilização é o objetivo principal deste projeto.

# Parte 1

**1 – Formulação do problema:**

Este problema tem como função objetivo minimizar os custos globais da empresa de produção de sumos partindo do modelo já desenvolvido na parte 3 do trabalho 1. Nesta parte 1, surgiram novas situações.

Uma delas é a necessidade de proceder a uma operação de manutenção que força uma paragem de dois dias na linha de engarrafamento, o que provoca uma redução da capacidade de produção. A capacidade de produção diária é de 1 U.E., logo a paragem de dois dias irá representar uma perda de 2 U.E. na produção. Esta operação pode ser feita em março ou setembro. Para isso, alteramos as restrições da produção já provenientes do trabalho anterior apenas nestes meses (ou seja, alteramos duas restrições) para a seguinte forma:

xi\_j <= 30 yi\_j - 2 mi\_j;

Assim, quando acontecer uma manutenção, haverá uma perda de produção de 2 U.E., visto que a nova variável mi\_j é uma variável binária que representa a manutenção ou não na linha de engarrafamento do sumo i no mês j, sendo que j só poderá ser 3 ou 9 devido ao facto de serem os únicos meses em que pode haver manutenção.

Para além disso, a manutenção terá o custo de 250 U.M. quando feita em março ou 400 U.M. em setembro. Isso está representado nos custos de manutenção:

CusM = 250\*m1\_3 + 250\*m2\_3 + 250\*m3\_3 + 400\*m1\_9 + 400\*m2\_9 + 400\*m3\_9;

Estes custos foram também adicionados à função objetivo.

A operação de manutenção vai implicar uma limpeza do armazém de matérias-primas no mês da manutenção ou no mês anterior. Por exemplo, havendo manutenção em março, haverá limpeza em fevereiro ou março, sendo que isto significa que não haverá stock de fevereiro para março ou então não haverá stock de março para abril, respetivamente. A restrição seguinte exemplifica a situação descrita anteriormente para a manutenção no mês de março relativamente à implicação de haver uma limpeza quando há manutenção:

l2 + l3 = m1\_3 + m2\_3 + m3\_3;

A variável lj é binária e indica que é efetuada limpeza no mês j ou não.

Abaixo, podemos ver a situação exemplificada em cima, mais concretamente a parte referente ao esvaziamento dos armazéns de matérias primas quando há limpeza:

a1\_3 + a2\_3 + a3\_3 <= 30 - 30 l2;

a1\_4 + a2\_4 + a3\_4 <= 30 - 30 l3;

Como se vê, quando há limpeza em fevereiro, a quantidade armazenada de fevereiro para março terá de ser 0.

As restrições anteriores repetem-se para o mês de setembro e podem ser vistas na secção seguinte no ficheiro de input.

Para além disto, convém também referir que só há uma manutenção de uma linha de engarrafamento por ano:

m1\_3 + m2\_3 + m3\_3 + m1\_9 + m2\_9 + m3\_9 = 1;

E ainda que só há uma limpeza por ano:

l2 + l3 + l8 + l9 = 1;

**2 - Ficheiro de *input*:**

/\* Variáveis de decisão:

i=1->laranja; i=2->maçã; i=3->pêra

xi\_j: quantidade produzida do sumo i no mês j; i=1,2,3; j=1,2,...,12

ci\_j: quantidade comprada do concentrado i no mês j; i=1,2,3; j=1,2,...,12

si\_j: quantidade armazenada em stock do sumo i no mês j; i=1,2,3; j=1,2,...,12

ai\_j: quantidade armazenada em stock do concentrado i no mês j; i=1,2,3; j=1,2,...,12

ei\_j: quantidade de sumo i entregue no mês j com penalidade de 1 U.E.; i=1,2,3; j=1,2,...,12

fi\_j: quantidade de sumo i entregue no mês j com penalidade de 10 U.E.; i=1,2,3; j=1,2,...,12 \*/

/\* Função objetivo: minimizar os custos \*/

min: CusC + CusS + CusStS + CusStC + CusE1 + CusE10 + CusM;

/\* Restrições \*/

/\* Quantidade inicial de sumo armazenada (será igual à final) \*/

s1\_1 = 20;

s2\_1 = 10;

s3\_1 = 10;

/\* Quantidade inicial de concentrado armazenada (será igual à final) \*/

a1\_1 = 16;

a2\_1 = 8;

a3\_1 = 6;

/\* Quantidade máxima de sumo produzida por período é menor ou igual que 30 \*/

x1\_1 + x2\_1 + x3\_1 <= 30;

x1\_2 + x2\_2 + x3\_2 <= 30;

x1\_3 + x2\_3 + x3\_3 <= 30;

x1\_4 + x2\_4 + x3\_4 <= 30;

x1\_5 + x2\_5 + x3\_5 <= 30;

x1\_6 + x2\_6 + x3\_6 <= 30;

x1\_7 + x2\_7 + x3\_7 <= 30;

x1\_8 + x2\_8 + x3\_8 <= 30;

x1\_9 + x2\_9 + x3\_9 <= 30;

x1\_10 + x2\_10 + x3\_10 <= 30;

x1\_11 + x2\_11 + x3\_11 <= 30;

x1\_12 + x2\_12 + x3\_12 <= 30;

/\* Quantidade máxima de sumo armazenada por período é menor ou igual que 40 \*/

s1\_1 + s2\_1 + s3\_1 <= 40;

s1\_2 + s2\_2 + s3\_2 <= 40;

s1\_3 + s2\_3 + s3\_3 <= 40;

s1\_4 + s2\_4 + s3\_4 <= 40;

s1\_5 + s2\_5 + s3\_5 <= 40;

s1\_6 + s2\_6 + s3\_6 <= 40;

s1\_7 + s2\_7 + s3\_7 <= 40;

s1\_8 + s2\_8 + s3\_8 <= 40;

s1\_9 + s2\_9 + s3\_9 <= 40;

s1\_10 + s2\_10 + s3\_10 <= 40;

s1\_11 + s2\_11 + s3\_11 <= 40;

s1\_12 + s2\_12 + s3\_12 <= 40;

/\* Quantidade máxima de concentrado armazenada por período é menor ou igual que 30 \*/

a1\_1 + a2\_1 + a3\_1 <= 30;

a1\_2 + a2\_2 + a3\_2 <= 30;

a1\_3 + a2\_3 + a3\_3 <= 30 - 30 l2;

a1\_4 + a2\_4 + a3\_4 <= 30 - 30 l3;

a1\_5 + a2\_5 + a3\_5 <= 30;

a1\_6 + a2\_6 + a3\_6 <= 30;

a1\_7 + a2\_7 + a3\_7 <= 30;

a1\_8 + a2\_8 + a3\_8 <= 30;

a1\_9 + a2\_9 + a3\_9 <= 30 - 30 l8;

a1\_10 + a2\_10 + a3\_10 <= 30 - 30 l9;

a1\_11 + a2\_11 + a3\_11 <= 30;

a1\_12 + a2\_12 + a3\_12 <= 30;

/\* Quantidade de sumo armazenada por período corresponde à soma da quantidade produzida com a quantidade armazenada do período anterior menos as quantidades que deviam ter sido entregues no mês anterior quer com penalização de 1U.M. ou de 10U.M. menos a quantidade pedida pelo cliente em janeiro mais a quantidade que devia ter sido entregue em janeiro, mas que vai ser entregue em fevereiro com penalização de 1U.M., mais a quantidade que devia ter sido entregue em janeiro, mas que vai ser entregue em fevereiro com penalização de 10U.M \*/

s1\_2 = 20 + x1\_1 - e1\_12 - f1\_12 - 9 + e1\_1 + f1\_1;

s1\_3 = s1\_2 + x1\_2 - e1\_1 - f1\_1 - 9 + e1\_2 + f1\_2;

s1\_4 = s1\_3 + x1\_3 - e1\_2 - f1\_2 - 9 + e1\_3 + f1\_3;

s1\_5 = s1\_4 + x1\_4 - e1\_3 - f1\_3 - 12 + e1\_4 + f1\_4;

s1\_6 = s1\_5 + x1\_5 - e1\_4 - f1\_4 - 16 + e1\_5 + f1\_5;

s1\_7 = s1\_6 + x1\_6 - e1\_5 - f1\_5 - 17 + e1\_6 + f1\_6;

s1\_8 = s1\_7 + x1\_7 - e1\_6 - f1\_6 - 19 + e1\_7 + f1\_7;

s1\_9 = s1\_8 + x1\_8 - e1\_7 - f1\_7 - 19 + e1\_8 + f1\_8;

s1\_10 = s1\_9 + x1\_9 - e1\_8 - f1\_8 - 16 + e1\_9 + f1\_9;

s1\_11 = s1\_10 + x1\_10 - e1\_9 - f1\_9 - 12 + e1\_10 + f1\_10;

s1\_12 = s1\_11 + x1\_11 - e1\_10 - f1\_10 - 10 + e1\_11 + f1\_11;

20 = s1\_12 + x1\_12 - e1\_11 - f1\_11 - 9 + e1\_12 + f1\_12;

s2\_2 = 10 + x2\_1 - e2\_12 - f2\_12 - 5 + e2\_1 + f2\_1;

s2\_3 = s2\_2 + x2\_2 - e2\_1 - f2\_1 - 5 + e2\_2 + f2\_2;

s2\_4 = s2\_3 + x2\_3 - e2\_2 - f2\_2 - 5 + e2\_3 + f2\_3;

s2\_5 = s2\_4 + x2\_4 - e2\_3 - f2\_3 - 6 + e2\_4 + f2\_4;

s2\_6 = s2\_5 + x2\_5 - e2\_4 - f2\_4 - 8 + e2\_5 + f2\_5;

s2\_7 = s2\_6 + x2\_6 - e2\_5 - f2\_5 - 9 + e2\_6 + f2\_6;

s2\_8 = s2\_7 + x2\_7 - e2\_6 - f2\_6 - 10 + e2\_7 + f2\_7;

s2\_9 = s2\_8 + x2\_8 - e2\_7 - f2\_7 - 10 + e2\_8 + f2\_8;

s2\_10 = s2\_9 + x2\_9 - e2\_8 - f2\_8 - 8 + e2\_9 + f2\_9;

s2\_11 = s2\_10 + x2\_10 - e2\_9 - f2\_9 - 6 + e2\_10 + f2\_10;

s2\_12 = s2\_11 + x2\_11 - e2\_10 - f2\_10 - 5 + e2\_11 + f2\_11;

10 = s2\_12 + x2\_12 - e2\_11 - f2\_11 - 5 + e2\_12 + f2\_12;

s3\_2 = 10 + x3\_1 - e3\_12 - f3\_12 - 4 + e3\_1 + f3\_1;

s3\_3 = s3\_2 + x3\_2 - e3\_1 - f3\_1 - 4 + e3\_2 + f3\_2;

s3\_4 = s3\_3 + x3\_3 - e3\_2 - f3\_2 - 4 + e3\_3 + f3\_3;

s3\_5 = s3\_4 + x3\_4 - e3\_3 - f3\_3 - 5 + e3\_4 + f3\_4;

s3\_6 = s3\_5 + x3\_5 - e3\_4 - f3\_4 - 6 + e3\_5 + f3\_5;

s3\_7 = s3\_6 + x3\_6 - e3\_5 - f3\_5 - 7 + e3\_6 + f3\_6;

s3\_8 = s3\_7 + x3\_7 - e3\_6 - f3\_6 - 8 + e3\_7 + f3\_7;

s3\_9 = s3\_8 + x3\_8 - e3\_7 - f3\_7 - 8 + e3\_8 + f3\_8;

s3\_10 = s3\_9 + x3\_9 - e3\_8 - f3\_8 - 6 + e3\_9 + f3\_9;

s3\_11 = s3\_10 + x3\_10 - e3\_9 - f3\_9 - 5 + e3\_10 + f3\_10;

s3\_12 = s3\_11 + x3\_11 - e3\_10 - f3\_10 - 4 + e3\_11 + f3\_11;

10 = s3\_12 + x3\_12 - e3\_11 - f3\_11 - 4 + e3\_12 + f3\_12;

/\* Quantidade de concentrado armazenada por período corresponde à soma da quantidade comprada com a quantidade armazenada do período anterior menos a quantidade de sumo produzida \*/

c1\_1 + 16 - x1\_1 = a1\_2;

c1\_2 + a1\_2 - x1\_2 = a1\_3;

c1\_3 + a1\_3 - x1\_3 = a1\_4;

c1\_4 + a1\_4 - x1\_4 = a1\_5;

c1\_5 + a1\_5 - x1\_5 = a1\_6;

c1\_6 + a1\_6 - x1\_6 = a1\_7;

c1\_7 + a1\_7 - x1\_7 = a1\_8;

c1\_8 + a1\_8 - x1\_8 = a1\_9;

c1\_9 + a1\_9 - x1\_9 = a1\_10;

c1\_10 + a1\_10 - x1\_10 = a1\_11;

c1\_11 + a1\_11 - x1\_11 = a1\_12;

c1\_12 + a1\_12 - x1\_12 = 16;

c2\_1 + 8 - x2\_1 = a2\_2;

c2\_2 + a2\_2 - x2\_2 = a2\_3;

c2\_3 + a2\_3 - x2\_3 = a2\_4;

c2\_4 + a2\_4 - x2\_4 = a2\_5;

c2\_5 + a2\_5 - x2\_5 = a2\_6;

c2\_6 + a2\_6 - x2\_6 = a2\_7;

c2\_7 + a2\_7 - x2\_7 = a2\_8;

c2\_8 + a2\_8 - x2\_8 = a2\_9;

c2\_9 + a2\_9 - x2\_9 = a2\_10;

c2\_10 + a2\_10 - x2\_10 = a2\_11;

c2\_11 + a2\_11 - x2\_11 = a2\_12;

c2\_12 + a2\_12 - x2\_12 = 8;

c3\_1 + 6 - x3\_1 = a3\_2;

c3\_2 + a3\_2 - x3\_2 = a3\_3;

c3\_3 + a3\_3 - x3\_3 = a3\_4;

c3\_4 + a3\_4 - x3\_4 = a3\_5;

c3\_5 + a3\_5 - x3\_5 = a3\_6;

c3\_6 + a3\_6 - x3\_6 = a3\_7;

c3\_7 + a3\_7 - x3\_7 = a3\_8;

c3\_8 + a3\_8 - x3\_8 = a3\_9;

c3\_9 + a3\_9 - x3\_9 = a3\_10;

c3\_10 + a3\_10 - x3\_10 = a3\_11;

c3\_11 + a3\_11 - x3\_11 = a3\_12;

c3\_12 + a3\_12 - x3\_12 = 6;

/\* Restrições para unidades entregues em atraso (não se pode entregar mais que uma unidade em atraso com penalidade 1 por mês) \*/

e1\_1 + e2\_1 + e3\_1 <= 1;

e1\_2 + e2\_2 + e3\_2 <= 1;

e1\_3 + e2\_3 + e3\_3 <= 1;

e1\_4 + e2\_4 + e3\_4 <= 1;

e1\_5 + e2\_5 + e3\_5 <= 1;

e1\_6 + e2\_6 + e3\_6 <= 1;

e1\_7 + e2\_7 + e3\_7 <= 1;

e1\_8 + e2\_8 + e3\_8 <= 1;

e1\_9 + e2\_9 + e3\_9 <= 1;

e1\_10 + e2\_10 + e3\_10 <= 1;

e1\_11 + e2\_11 + e3\_11 <= 1;

e1\_12 + e2\_12 + e3\_12 <= 1;

/\* Restrições para que as quantidades em atraso sejam satisfeitas (quantidade produzida mais a quantidade em stock tem de ser maior ou igual que as entregas em atraso do mês anterior) \*/

x1\_1 + s1\_1 >= e1\_12 + f1\_12;

x1\_2 + s1\_2 >= e1\_1 + f1\_1;

x1\_3 + s1\_3 >= e1\_2 + f1\_2;

x1\_4 + s1\_4 >= e1\_3 + f1\_3;

x1\_5 + s1\_5 >= e1\_4 + f1\_4;

x1\_6 + s1\_6 >= e1\_5 + f1\_5;

x1\_7 + s1\_7 >= e1\_6 + f1\_6;

x1\_8 + s1\_8 >= e1\_7 + f1\_7;

x1\_9 + s1\_9 >= e1\_8 + f1\_8;

x1\_10 + s1\_10 >= e1\_9 + f1\_9;

x1\_11 + s1\_11 >= e1\_10 + f1\_10;

x1\_12 + s1\_12 >= e1\_11 + f1\_11;

x2\_1 + s2\_1 >= e2\_12 + f2\_12;

x2\_2 + s2\_2 >= e2\_1 + f2\_1;

x2\_3 + s2\_3 >= e2\_2 + f2\_2;

x2\_4 + s2\_4 >= e2\_3 + f2\_3;

x2\_5 + s2\_5 >= e2\_4 + f2\_4;

x2\_6 + s2\_6 >= e2\_5 + f2\_5;

x2\_7 + s2\_7 >= e2\_6 + f2\_6;

x2\_8 + s2\_8 >= e2\_7 + f2\_7;

x2\_9 + s2\_9 >= e2\_8 + f2\_8;

x2\_10 + s2\_10 >= e2\_9 + f2\_9;

x2\_11 + s2\_11 >= e2\_10 + f2\_10;

x2\_12 + s2\_12 >= e2\_11 + f2\_11;

x3\_1 + s3\_1 >= e3\_12 + f3\_12;

x3\_2 + s3\_2 >= e3\_1 + f3\_1;

x3\_3 + s3\_3 >= e3\_2 + f3\_2;

x3\_4 + s3\_4 >= e3\_3 + f3\_3;

x3\_5 + s3\_5 >= e3\_4 + f3\_4;

x3\_6 + s3\_6 >= e3\_5 + f3\_5;

x3\_7 + s3\_7 >= e3\_6 + f3\_6;

x3\_8 + s3\_8 >= e3\_7 + f3\_7;

x3\_9 + s3\_9 >= e3\_8 + f3\_8;

x3\_10 + s3\_10 >= e3\_9 + f3\_9;

x3\_11 + s3\_11 >= e3\_10 + f3\_10;

x3\_12 + s3\_12 >= e3\_11 + f3\_11;

/\* Quantidades entregues em atraso têm de ser menores ou iguais que a quantidade procurada \*/

e1\_1 + f1\_1 <= 9;

e1\_2 + f1\_2 <= 9;

e1\_3 + f1\_3 <= 9;

e1\_4 + f1\_4 <= 12;

e1\_5 + f1\_5 <= 16;

e1\_6 + f1\_6 <= 17;

e1\_7 + f1\_7 <= 19;

e1\_8 + f1\_8 <= 19;

e1\_9 + f1\_9 <= 16;

e1\_10 + f1\_10 <= 12;

e1\_11 + f1\_11 <= 10;

e1\_12 + f1\_12 <= 9;

e2\_1 + f2\_1 <= 5;

e2\_2 + f2\_2 <= 5;

e2\_3 + f2\_3 <= 5;

e2\_4 + f2\_4 <= 6;

e2\_5 + f2\_5 <= 8;

e2\_6 + f2\_6 <= 9;

e2\_7 + f2\_7 <= 10;

e2\_8 + f2\_8 <= 10;

e2\_9 + f2\_9 <= 8;

e2\_10 + f2\_10 <= 6;

e2\_11 + f2\_11 <= 5;

e2\_12 + f2\_12 <= 5;

e3\_1 + f3\_1 <= 4;

e3\_2 + f3\_2 <= 4;

e3\_3 + f3\_3 <= 4;

e3\_4 + f3\_4 <= 5;

e3\_5 + f3\_5 <= 6;

e3\_6 + f3\_6 <= 7;

e3\_7 + f3\_7 <= 8;

e3\_8 + f3\_8 <= 8;

e3\_9 + f3\_9 <= 6;

e3\_10 + f3\_10 <= 5;

e3\_11 + f3\_11 <= 4;

e3\_12 + f3\_12 <= 4;

/\* A quantidade pedida pelo cliente menos uma unidade multiplicada pelo número de entregas em atraso com penalidade de 1U.M. (quantidade será 0 ou 1) será maior ou igual que as entregas em atraso com penalidade de 10U.M. (a existir serão 1 ou mais). Com esta restrição fazemos com que só hajam entregas em atraso de penalidade 10 quando existirem entregas em atraso de penalidade 1, o que vai de encontro ao enunciado \*/

8 e1\_1 >= f1\_1;

8 e1\_2 >= f1\_2;

8 e1\_3 >= f1\_3;

11 e1\_4 >= f1\_4;

15 e1\_5 >= f1\_5;

16 e1\_6 >= f1\_6;

18 e1\_7 >= f1\_7;

18 e1\_8 >= f1\_8;

15 e1\_9 >= f1\_9;

11 e1\_10 >= f1\_10;

9 e1\_11 >= f1\_11;

8 e1\_12 >= f1\_12;

4 e2\_1 >= f2\_1;

4 e2\_2 >= f2\_2;

4 e2\_3 >= f2\_3;

5 e2\_4 >= f2\_4;

7 e2\_5 >= f2\_5;

8 e2\_6 >= f2\_6;

9 e2\_7 >= f2\_7;

9 e2\_8 >= f2\_8;

7 e2\_9 >= f2\_9;

5 e2\_10 >= f2\_10;

4 e2\_11 >= f2\_11;

4 e2\_12 >= f2\_12;

3 e3\_1 >= f3\_1;

3 e3\_2 >= f3\_2;

3 e3\_3 >= f3\_3;

4 e3\_4 >= f3\_4;

5 e3\_5 >= f3\_5;

6 e3\_6 >= f3\_6;

7 e3\_7 >= f3\_7;

7 e3\_8 >= f3\_8;

5 e3\_9 >= f3\_9;

4 e3\_10 >= f3\_10;

3 e3\_11 >= f3\_11;

3 e3\_12 >= f3\_12;

/\* Apenas se pode produzir um único tipo de sumo por mês \*/

y1\_1 + y2\_1 + y3\_1 = 1;

y1\_2 + y2\_2 + y3\_2 = 1;

y1\_3 + y2\_3 + y3\_3 = 1;

y1\_4 + y2\_4 + y3\_4 = 1;

y1\_5 + y2\_5 + y3\_5 = 1;

y1\_6 + y2\_6 + y3\_6 = 1;

y1\_7 + y2\_7 + y3\_7 = 1;

y1\_8 + y2\_8 + y3\_8 = 1;

y1\_9 + y2\_9 + y3\_9 = 1;

y1\_10 + y2\_10 + y3\_10 = 1;

y1\_11 + y2\_11 + y3\_11 = 1;

y1\_12 + y2\_12 + y3\_12 = 1;

/\* A quantidade produzida estará dentro de um valor aceitável caso haja produção ou será 0 caso não haja produção. Em caso de manutenção, há paragem na produção durante dois dias, o que corresponde a uma perda de produção de duas unidades, visto que se produz uma unidade por dia \*/

x1\_1 <= 30 y1\_1;

x1\_2 <= 30 y1\_2;

x1\_3 <= 30 y1\_3 - 2 m1\_3;

x1\_4 <= 30 y1\_4;

x1\_5 <= 30 y1\_5;

x1\_6 <= 30 y1\_6;

x1\_7 <= 30 y1\_7;

x1\_8 <= 30 y1\_8;

x1\_9 <= 30 y1\_9 - 2 m1\_9;

x1\_10 <= 30 y1\_10;

x1\_11 <= 30 y1\_11;

x1\_12 <= 30 y1\_12;

x2\_1 <= 30 y2\_1;

x2\_2 <= 30 y2\_2;

x2\_3 <= 30 y2\_3 - 2 m2\_3;

x2\_4 <= 30 y2\_4;

x2\_5 <= 30 y2\_5;

x2\_6 <= 30 y2\_6;

x2\_7 <= 30 y2\_7;

x2\_8 <= 30 y2\_8;

x2\_9 <= 30 y2\_9 - 2 m2\_9;

x2\_10 <= 30 y2\_10;

x2\_11 <= 30 y2\_11;

x2\_12 <= 30 y2\_12;

x3\_1 <= 30 y3\_1;

x3\_2 <= 30 y3\_2;

x3\_3 <= 30 y3\_3 - 2 m3\_3;

x3\_4 <= 30 y3\_4;

x3\_5 <= 30 y3\_5;

x3\_6 <= 30 y3\_6;

x3\_7 <= 30 y3\_7;

x3\_8 <= 30 y3\_8;

x3\_9 <= 30 y3\_9 - 2 m3\_9;

x3\_10 <= 30 y3\_10;

x3\_11 <= 30 y3\_11;

x3\_12 <= 30 y3\_12;

/\* Há apenas manutenção de uma linha de engarrafamento de cada vez (uma manutenção por ano) \*/

m1\_3 + m2\_3 + m3\_3 + m1\_9 + m2\_9 + m3\_9 = 1;

/\* Há apenas uma limpeza por ano \*/

l2 + l3 + l8 + l9 = 1;

/\* A operação de manutenção deve ser articulada com uma operação de limpeza do armazém de matérias primas \*/

l2 + l3 = m1\_3 + m2\_3 + m3\_3;

l8 + l9 = m1\_9 + m2\_9 + m3\_9;

/\* Custos Totais \*/

/\* Custos Concentrado \*/

CusC = 180\*c1\_1 + 200\*c1\_2 + 180\*c1\_3 + 200\*c1\_4 + 180\*c1\_5 + 200\*c1\_6 + 180\*c1\_7 + 200\*c1\_8 + 180\*c1\_9 + 200\*c1\_10 + 180\*c1\_11 + 200\*c1\_12 + 231c2\_1 + 199c2\_2 + 187c2\_3 + 198c2\_4 + 210c2\_5 + 208c2\_6 + 211c2\_7 + 220c2\_8 + 217c2\_9 + 216c2\_10 + 221c2\_11 + 217c2\_12 + 116c3\_1 + 116c3\_2 + 124c3\_3 + 120c3\_4 + 132c3\_5 + 128c3\_6 + 136c3\_7 + 116c3\_8 + 120c3\_9 + 108c3\_10 + 100c3\_11 + 116c3\_12;

/\* Custos Sumos \*/

CusS = 10\*x1\_1 + 10\*x2\_1 + 10\*x3\_1 + 10\*x1\_2 + 10\*x2\_2 + 10\*x3\_2 + 10\*x1\_3 + 10\*x2\_3 + 10\*x3\_3 + 10\*x1\_4 + 10\*x2\_4 + 10\*x3\_4 + 10\*x1\_5 + 10\*x2\_5 + 10\*x3\_5 + 10\*x1\_6 + 10\*x2\_6 + 10\*x3\_6 + 10\*x1\_7 + 10\*x2\_7 + 10\*x3\_7 + 12\*x1\_8 + 12\*x2\_8 + 12\*x3\_8 + 10\*x1\_9 + 10\*x2\_9 + 10\*x3\_9 + 10\*x1\_10 + 10\*x2\_10 + 10\*x3\_10 + 10\*x1\_11 + 10\*x2\_11 + 10\*x3\_11 + 10\*x1\_12 + 10\*x2\_12 + 10\*x3\_12;

/\* Custo do Stock de Sumos \*/

CusStS = 3\*s1\_1 + 3\*s1\_2 + 3\*s1\_3 + 3\*s1\_4 + 3\*s1\_5 + 3\*s1\_6 + 3\*s1\_7 + 3\*s1\_8 + 3\*s1\_9 + 3\*s1\_10 + 3\*s1\_11 + 3\*s1\_12 + 3\*s2\_1 + 3\*s2\_2 + 3\*s2\_3 + 3\*s2\_4 + 3\*s2\_5 + 3\*s2\_6 + 3\*s2\_7 + 3\*s2\_8 + 3\*s2\_9 + 3\*s2\_10 + 3\*s2\_11 + 3\*s2\_12 + 3\*s3\_1 + 3\*s3\_2 + 3\*s3\_3 + 3\*s3\_4 + 3\*s3\_5 + 3\*s3\_6 + 3\*s3\_7 + 3\*s3\_8 + 3\*s3\_9 + 3\*s3\_10 + 3\*s3\_11 + 3\*s3\_12;

/\* Custo do Stock de Concentrados \*/

CusStC = 1\*a1\_1 + 1\*a1\_2 + 1\*a1\_3 + 1\*a1\_4 + 1\*a1\_5 + 1\*a1\_6 + 1\*a1\_7 + 1\*a1\_8 + 1\*a1\_9 + 1\*a1\_10 + 1\*a1\_11 + 1\*a1\_12 + 1\*a2\_1 + 1\*a2\_2 + 1\*a2\_3 + 1\*a2\_4 + 1\*a2\_5 + 1\*a2\_6 + 1\*a2\_7 + 1\*a2\_8 + 1\*a2\_9 + 1\*a2\_10 + 1\*a2\_11 + 1\*a2\_12 + 1\*a3\_1 + 1\*a3\_2 + 1\*a3\_3 + 1\*a3\_4 + 1\*a3\_5 + 1\*a3\_6 + 1\*a3\_7 + 1\*a3\_8 + 1\*a3\_9 + 1\*a3\_10 + 1\*a3\_11 + 1\*a3\_12;

/\* Custo das unidades entregues com penalização de 1 \*/

CusE1 = 1\*e1\_1 + 1\*e1\_2 + 1\*e1\_3 + 1\*e1\_4 + 1\*e1\_5 + 1\*e1\_6 + 1\*e1\_7 + 1\*e1\_8 + 1\*e1\_9 + 1\*e1\_10 + 1\*e1\_11 + 1\*e1\_12 + 1\*e2\_1 + 1\*e2\_2 + 1\*e2\_3 + 1\*e2\_4 + 1\*e2\_5 + 1\*e2\_6 + 1\*e2\_7 + 1\*e2\_8 + 1\*e2\_9 + 1\*e2\_10 + 1\*e2\_11 + 1\*e2\_12 + 1\*e3\_1 + 1\*e3\_2 + 1\*e3\_3 + 1\*e3\_4 + 1\*e3\_5 + 1\*e3\_6 + 1\*e3\_7 + 1\*e3\_8 + 1\*e3\_9 + 1\*e3\_10 + 1\*e3\_11 + 1\*e3\_12;

/\* Custo das unidades entregues com penalização de 10 \*/

CusE10 = 10\*f1\_1 + 10\*f1\_2 + 10\*f1\_3 + 10\*f1\_4 + 10\*f1\_5 + 10\*f1\_6 + 10\*f1\_7 + 10\*f1\_8 + 10\*f1\_9 + 10\*f1\_10 + 10\*f1\_11 + 10\*f1\_12 + 10\*f2\_1 + 10\*f2\_2 + 10\*f2\_3 + 10\*f2\_4 + 10\*f2\_5 + 10\*f2\_6 + 10\*f2\_7 + 10\*f2\_8 + 10\*f2\_9 + 10\*f2\_10 + 10\*f2\_11 + 10\*f2\_12 + 10\*f3\_1 + 10\*f3\_2 + 10\*f3\_3 + 10\*f3\_4 + 10\*f3\_5 + 10\*f3\_6 + 10\*f3\_7 + 10\*f3\_8 + 10\*f3\_9 + 10\*f3\_10 + 10\*f3\_11 + 10\*f3\_12;

/\* Custos de manutenção \*/

CusM = 250\*m1\_3 + 250\*m2\_3 + 250\*m3\_3 + 400\*m1\_9 + 400\*m2\_9 + 400\*m3\_9;

/\* Variáveis binárias yi\_j em que i é o tipo de sumo e j é o mês. Tomam valor 1 ou 0 consoante haja ou não produção de um determinado sumo i no mês j \*/

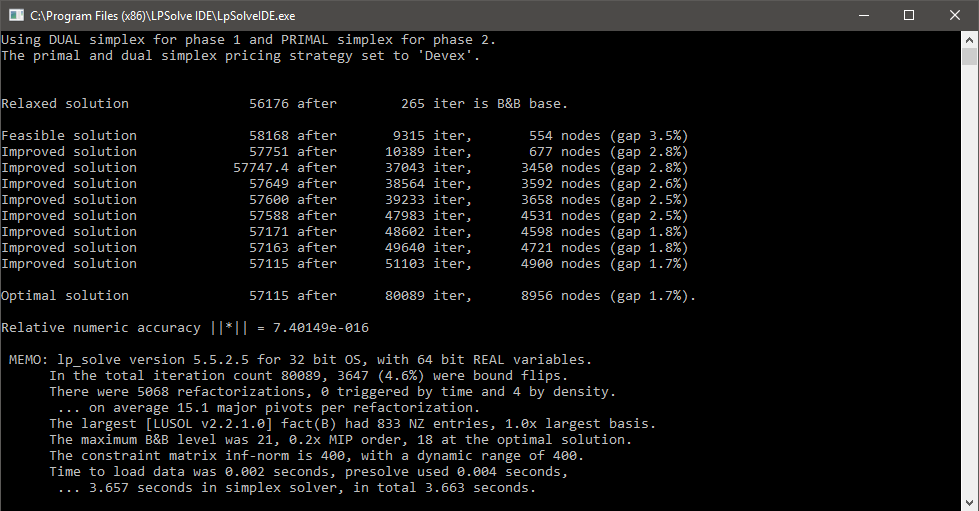
bin y1\_1, y1\_2, y1\_3, y1\_4, y1\_5, y1\_6, y1\_7, y1\_8, y1\_9, y1\_10, y1\_11, y1\_12, y2\_1, y2\_2, y2\_3, y2\_4, y2\_5, y2\_6, y2\_7, y2\_8, y2\_9, y2\_10, y2\_11, y2\_12, y3\_1, y3\_2, y3\_3, y3\_4, y3\_5, y3\_6, y3\_7, y3\_8, y3\_9, y3\_10, y3\_11, y3\_12;

/\* Variáveis binárias lj em que j é o mês. São usadas para a decisão do mês em que vai ser feita a limpeza \*/

bin l2, l3, l8, l9;

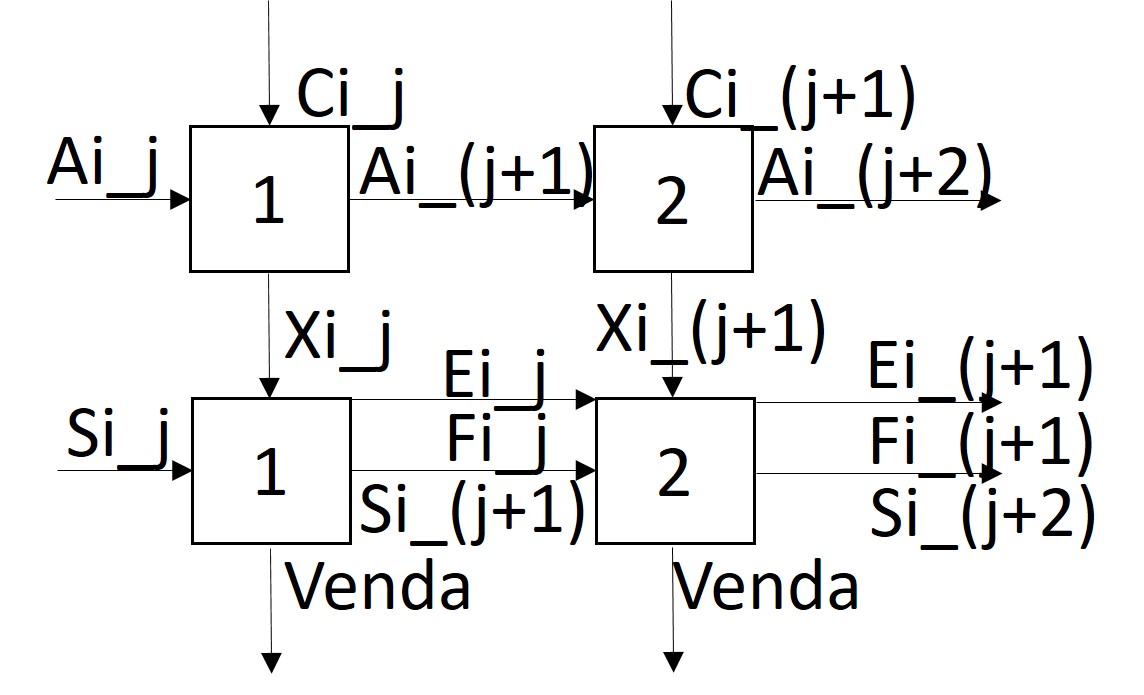
/\* Variáveis binárias mi\_j em que i é o tipo de sumo e j é o mês. Tomam valor 1 ou 0 consoante haja ou não manutenção na linha de engarrafamento de um determinado sumo i no mês j \*/

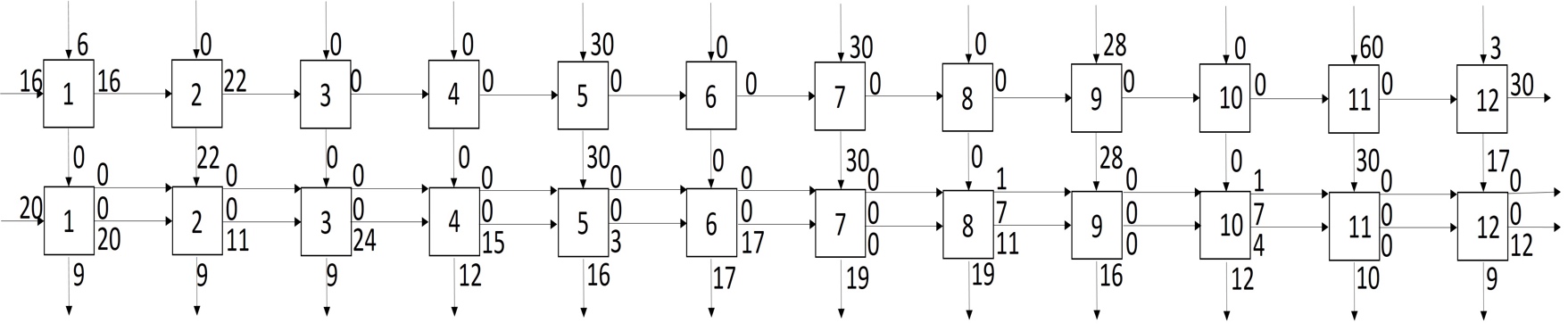
bin m1\_3, m2\_3, m3\_3, m1\_9, m2\_9, m3\_9;

**3 - Ficheiro de *output*:**

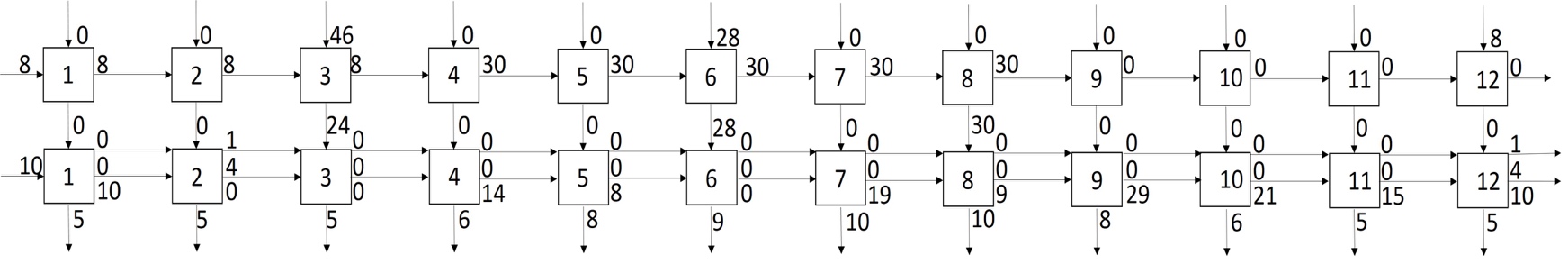
|  |  |
| --- | --- |
| **Variables** | **result** |
|  | 57115 |
| CusC | 51910 |
| CusS | 3100 |
| CusStS | 1182 |
| CusStC | 248 |
| CusE1 | 5 |
| CusE10 | 270 |
| CusM | 400 |
| s1\_1 | 20 |
| s2\_1 | 10 |
| s3\_1 | 10 |
| a1\_1 | 16 |
| a2\_1 | 8 |
| a3\_1 | 6 |
| x1\_1 | 0 |
| x2\_1 | 0 |
| x3\_1 | 6 |
| x1\_2 | 22 |
| x2\_2 | 0 |
| x3\_2 | 0 |
| x1\_3 | 0 |
| x2\_3 | 24 |
| x3\_3 | 0 |
| x1\_4 | 0 |
| x2\_4 | 0 |
| x3\_4 | 30 |
| x1\_5 | 30 |
| x2\_5 | 0 |
| x3\_5 | 0 |
| x1\_6 | 0 |
| x2\_6 | 28 |
| x3\_6 | 0 |
| x1\_7 | 30 |
| x2\_7 | 0 |
| x3\_7 | 0 |
| x1\_8 | 0 |
| x2\_8 | 30 |
| x3\_8 | 0 |
| x1\_9 | 28 |
| x2\_9 | 0 |
| x3\_9 | 0 |
| x1\_10 | 0 |
| x2\_10 | 0 |
| x3\_10 | 29 |
| x1\_11 | 30 |
| x2\_11 | 0 |
| x3\_11 | 0 |
| x1\_12 | 17 |
| x2\_12 | 0 |
| x3\_12 | 0 |
| s1\_2 | 11 |
| s2\_2 | 0 |
| s3\_2 | 12 |
| s1\_3 | 24 |
| s2\_3 | 0 |
| s3\_3 | 8 |
| s1\_4 | 15 |
| s2\_4 | 14 |
| s3\_4 | 4 |
| s1\_5 | 2,99999999999999 |
| s2\_5 | 8 |
| s3\_5 | 29 |
| s1\_6 | 17 |
| s2\_6 | 0 |
| s3\_6 | 23 |
| s1\_7 | 0 |
| s2\_7 | 19 |
| s3\_7 | 16 |
| s1\_8 | 11 |
| s2\_8 | 9 |
| s3\_8 | 8 |
| s1\_9 | 0 |
| s2\_9 | 29 |
| s3\_9 | 0 |
| s1\_10 | 4 |
| s2\_10 | 21 |
| s3\_10 | 0 |
| s1\_11 | 0 |
| s2\_11 | 15 |
| s3\_11 | 18 |
| s1\_12 | 12 |
| s2\_12 | 10 |
| s3\_12 | 14 |
| a1\_2 | 22 |
| a2\_2 | 8 |
| a3\_2 | 0 |
| a1\_3 | 0 |
| a2\_3 | 8 |
| a3\_3 | 0 |
| l2 | 0 |
| a1\_4 | 0 |
| a2\_4 | 30 |
| a3\_4 | 0 |
| l3 | 0 |
| a1\_5 | 0 |
| a2\_5 | 30 |
| a3\_5 | 0 |
| a1\_6 | 0 |
| a2\_6 | 30 |
| a3\_6 | 0 |
| a1\_7 | 0 |
| a2\_7 | 30 |
| a3\_7 | 0 |
| a1\_8 | 0 |
| a2\_8 | 30 |
| a3\_8 | 0 |
| a1\_9 | 0 |
| a2\_9 | 0 |
| a3\_9 | 0 |
| l8 | 1 |
| a1\_10 | 0 |
| a2\_10 | 0 |
| a3\_10 | 0 |
| l9 | 0 |
| a1\_11 | 0 |
| a2\_11 | 0 |
| a3\_11 | 0 |
| a1\_12 | 30 |
| a2\_12 | 0 |
| a3\_12 | 0 |
| e1\_12 | 0 |
| f1\_12 | 0 |
| e1\_1 | 0 |
| f1\_1 | 0 |
| e1\_2 | 0 |
| f1\_2 | 0 |
| e1\_3 | 0 |
| f1\_3 | 0 |
| e1\_4 | 0 |
| f1\_4 | 0 |
| e1\_5 | 0 |
| f1\_5 | 0 |
| e1\_6 | 0 |
| f1\_6 | 0 |
| e1\_7 | 0 |
| f1\_7 | 0 |
| e1\_8 | 1 |
| f1\_8 | 7 |
| e1\_9 | 0 |
| f1\_9 | 0 |
| e1\_10 | 1 |
| f1\_10 | 7 |
| e1\_11 | 0 |
| f1\_11 | 0 |
| e2\_12 | 1 |
| f2\_12 | 4 |
| e2\_1 | 0 |
| f2\_1 | 0 |
| e2\_2 | 1 |
| f2\_2 | 4 |
| e2\_3 | 0 |
| f2\_3 | 0 |
| e2\_4 | 0 |
| f2\_4 | 0 |
| e2\_5 | 0 |
| f2\_5 | 0 |
| e2\_6 | 0 |
| f2\_6 | 0 |
| e2\_7 | 0 |
| f2\_7 | 0 |
| e2\_8 | 0 |
| f2\_8 | 0 |
| e2\_9 | 0 |
| f2\_9 | 0 |
| e2\_10 | 0 |
| f2\_10 | 0 |
| e2\_11 | 0 |
| f2\_11 | 0 |
| e3\_12 | 0 |
| f3\_12 | 0 |
| e3\_1 | 0 |
| f3\_1 | 0 |
| e3\_2 | 0 |
| f3\_2 | 0 |
| e3\_3 | 0 |
| f3\_3 | 0 |
| e3\_4 | 0 |
| f3\_4 | 0 |
| e3\_5 | 0 |
| f3\_5 | 0 |
| e3\_6 | 0 |
| f3\_6 | 0 |
| e3\_7 | 0 |
| f3\_7 | 0 |
| e3\_8 | 0 |
| f3\_8 | 0 |
| e3\_9 | 1 |
| f3\_9 | 5 |
| e3\_10 | 0 |
| f3\_10 | 0 |
| e3\_11 | 0 |
| f3\_11 | 0 |
| c1\_1 | 5,99999999999999 |
| c1\_2 | 0 |
| c1\_3 | 0 |
| c1\_4 | 0 |
| c1\_5 | 30 |
| c1\_6 | 0 |
| c1\_7 | 30 |
| c1\_8 | 0 |
| c1\_9 | 28 |
| c1\_10 | 0 |
| c1\_11 | 60 |
| c1\_12 | 3 |
| c2\_1 | 0 |
| c2\_2 | 0 |
| c2\_3 | 46 |
| c2\_4 | 0 |
| c2\_5 | 0 |
| c2\_6 | 28 |
| c2\_7 | 0 |
| c2\_8 | 0 |
| c2\_9 | 0 |
| c2\_10 | 0 |
| c2\_11 | 0 |
| c2\_12 | 8 |
| c3\_1 | 0 |
| c3\_2 | 0 |
| c3\_3 | 0 |
| c3\_4 | 30 |
| c3\_5 | 0 |
| c3\_6 | 0 |
| c3\_7 | 0 |
| c3\_8 | 0 |
| c3\_9 | 0 |
| c3\_10 | 29 |
| c3\_11 | 0 |
| c3\_12 | 6 |
| y1\_1 | 0 |
| y2\_1 | 0 |
| y3\_1 | 1 |
| y1\_2 | 1 |
| y2\_2 | 0 |
| y3\_2 | 0 |
| y1\_3 | 0 |
| y2\_3 | 1 |
| y3\_3 | 0 |
| y1\_4 | 0 |
| y2\_4 | 0 |
| y3\_4 | 1 |
| y1\_5 | 1 |
| y2\_5 | 0 |
| y3\_5 | 0 |
| y1\_6 | 0 |
| y2\_6 | 1 |
| y3\_6 | 0 |
| y1\_7 | 1 |
| y2\_7 | 0 |
| y3\_7 | 0 |
| y1\_8 | 0 |
| y2\_8 | 1 |
| y3\_8 | 0 |
| y1\_9 | 1 |
| y2\_9 | 0 |
| y3\_9 | 0 |
| y1\_10 | 0 |
| y2\_10 | 0 |
| y3\_10 | 1 |
| y1\_11 | 1 |
| y2\_11 | 0 |
| y3\_11 | 0 |
| y1\_12 | 1 |
| y2\_12 | 0 |
| y3\_12 | 0 |
| m1\_3 | 0 |
| m1\_9 | 1 |
| m2\_3 | 0 |
| m2\_9 | 0 |
| m3\_3 | 0 |
| m3\_9 | 0 |

**4 - Plano de Produção:**

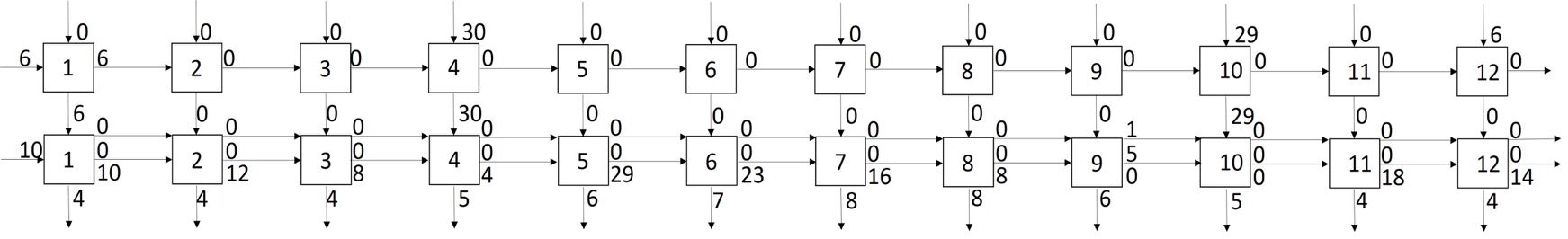
****

**Laranja:**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **JAN** | **FEV** | **MAR** | **ABR** | **MAI** | **JUN** | **JUL** | **AGO** | **SET** | **OUT** | **NOV** | **DEZ** |
| Quantidade a comprar  concentrado | 6 | 0 | 0 | 0 | 30 | 0 | 30 | 0 | 28 | 0 | 60 | 3 |
| Quantidade a produzir  Sumo | 0 | 22 | 0 | 0 | 30 | 0 | 30 | 0 | 28 | 0 | 30 | 17 |
| Quantidade armazenar  concentrado | 16 | 22 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 30 |
| Quantidade armazenar  sumo | 20 | 11 | 24 | 15 | 3 | 17 | 0 | 11 | 0 | 4 | 0 | 12 |
| Quantidade sumo entregue penalidade 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| Quantidade sumo entregue penalidade 10 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 7 | 0 | 7 | 0 | 0 |
| Produção ou não de um determinado sumo | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| Decisão do mês em que vai ser feita a limpeza |  | 0 | 0 |  |  |  |  | 1 | 0 |  |  |  |
| Manutenção ou não na linha de engarrafamento |  |  | 0 |  |  |  |  |  | 1 |  |  |  |
| Venda | 9 | 9 | 9 | 12 | 16 | 17 | 19 | 19 | 16 | 12 | 10 | 9 |

**Maçã:**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **JAN** | **FEV** | **MAR** | **ABR** | **MAI** | **JUN** | **JUL** | **AGO** | **SET** | **OUT** | **NOV** | **DEZ** |
| Quantidade a comprar  concentrado | 0 | 0 | 46 | 0 | 0 | 28 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 8 |
| Quantidade a produzir  sumo | 0 | 0 | 24 | 0 | 0 | 28 | 0 | 30 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| Quantidade armazenar  concentrado | 8 | 8 | 8 | 30 | 30 | 30 | 30 | 30 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| Quantidade armazenar  sumo | 10 | 0 | 0 | 14 | 8 | 0 | 19 | 9 | 29 | 21 | 15 | 10 |
| Quantidade sumo entregue penalidade 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| Quantidade sumo entregue penalidade 10 | 0 | 4 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 4 |
| Produção ou não de um determinado sumo | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| Decisão do mês em que vai ser feita a limpeza |  | 0 | 0 |  |  |  |  | 1 | 0 |  |  |  |
| Manutenção ou não na linha de engarrafamento |  |  | 0 |  |  |  |  |  | 0 |  |  |  |
| Venda | 5 | 5 | 5 | 6 | 8 | 9 | 10 | 10 | 8 | 6 | 5 | 5 |

**Pêra:**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **JAN** | **FEV** | **MAR** | **ABR** | **MAI** | **JUN** | **JUL** | **AGO** | **SET** | **OUT** | **NOV** | **DEZ** |
| Quantidade a comprar  concentrado | 0 | 0 | 0 | 30 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 29 | 0 | 6 |
| Quantidade a produzir  sumo | 6 | 0 | 0 | 30 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 29 | 0 | 0 |
| Quantidade armazenar  concentrado | 6 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| Quantidade armazenar  sumo | 10 | 12 | 8 | 4 | 29 | 23 | 16 | 8 | 0 | 0 | 18 | 14 |
| Quantidade sumo entregue penalidade 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| Quantidade sumo entregue penalidade 10 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 5 | 0 | 0 | 0 |
| Produção ou não de um determinado sumo | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| Decisão do mês em que vai ser feita a limpeza |  | 0 | 0 |  |  |  |  | 1 | 0 |  |  |  |
| Manutenção ou não na linha de engarrafamento |  |  | 0 |  |  |  |  |  | 0 |  |  |  |
| Venda | 4 | 4 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 8 | 6 | 5 | 4 | 4 |

**5 – Verificar que a solução é admissível, ou seja, que: i) há conservação de fluxo das quantidades em cada nó da rede, i.e., o fluxo que entra num nó é igual ao fluxo que sai do nó, ii) todas as restrições de capacidade são respeitadas. Mostrar também que o custo da solução ótima está correto, calculando separadamente, para cada tipo de sumo, os custos de compra de concentrado, de produção e armazenamento, e mostrando que a soma dos custos para os três produtos tem um valor igual ao da solução ótima.**

Para efetuar a verificação de que realmente existe conservação de fluxo em relação às quantidades que saem e entram iremos fazer uma análise fundamentada nos resultados obtidos no *LPSolve*.

**Análise dos concentrados:**

Concentrado de laranja;

c1\_1 + 16 - x1\_1 = a1\_2 ⇔ 6 + 16 – 0 = 22 ⇔ 22 = 22

c1\_2 + a1\_2 - x1\_2 = a1\_3 ⇔ 0 + 22 – 22 = 0 ⇔ 0 = 0

c1\_3 + a1\_3 - x1\_3 = a1\_4 ⇔ 0 + 0 – 0 = 0 ⇔ 0 = 0

c1\_4 + a1\_4 - x1\_4 = a1\_5 ⇔ 0 + 0 – 0 = 0 ⇔ 0 = 0

c1\_5 + a1\_5 - x1\_5 = a1\_6 ⇔ 30 + 0 – 30 = 0 ⇔ 0 = 0

c1\_6 + a1\_6 - x1\_6 = a1\_7 ⇔ 0 + 0 – 0 = 0 ⇔ 0 = 0

c1\_7 + a1\_7 - x1\_7 = a1\_8 ⇔ 30 + 0 – 30 = 0 ⇔ 0 = 0

c1\_8 + a1\_8 - x1\_8 = a1\_9 ⇔ 0 + 0 – 0 = 0 ⇔ 0 = 0

c1\_9 + a1\_9 - x1\_9 = a1\_10 ⇔ 28 + 0 – 28 = 0 ⇔ 0 = 0

c1\_10 + a1\_10 - x1\_10 = a1\_11 ⇔ 0 + 0 – 0 = 0 ⇔ 0 = 0

c1\_11 + a1\_11 - x1\_11 = a1\_12 ⇔ 60 + 0 – 30 = 30 ⇔ 30 = 30

c1\_12 + a1\_12 - x1\_12 = 16 ⇔ 3 + 30 – 17 = 16 ⇔ 16 = 16

Concentrado de maçã;

c2\_1 + 8 - x2\_1 = a2\_2 ⇔ 0 + 8 – 0 = 8 ⇔ 8 = 8

c2\_2 + a2\_2 - x2\_2 = a2\_3 ⇔ 0 + 8 – 0 = 8 ⇔ 8 = 8

c2\_3 + a2\_3 - x2\_3 = a2\_4 ⇔ 46 + 8 – 24 = 30 ⇔ 30 = 30

c2\_4 + a2\_4 - x2\_4 = a2\_5 ⇔ 0 + 30 – 0 = 30 ⇔ 30 = 30

c2\_5 + a2\_5 - x2\_5 = a2\_6 ⇔ 0 + 30 – 0 = 30 ⇔ 30 = 30

c2\_6 + a2\_6 - x2\_6 = a2\_7 ⇔ 28 + 30 – 28 = 30 ⇔ 30 = 30

c2\_7 + a2\_7 - x2\_7 = a2\_8 ⇔ 0 + 30 – 0 = 30 ⇔ 30 = 30

c2\_8 + a2\_8 - x2\_8 = a2\_9 ⇔ 0 + 30 – 30 = 0 ⇔ 0 = 0

c2\_9 + a2\_9 - x2\_9 = a2\_10 ⇔ 0 + 0 – 0 = 0 ⇔ 0 = 0

c2\_10 + a2\_10 - x2\_10 = a2\_11 ⇔ 0 + 0 – 0 = 0 ⇔ 0 = 0

c2\_11 + a2\_11 - x2\_11 = a2\_12 ⇔ 0 + 0 – 0 = 0 ⇔ 0 = 0

c2\_12 + a2\_12 - x2\_12 = 8 ⇔ 8 + 0 – 0 = 8 ⇔ 8 = 8

Concentrado de pêra;

c3\_1 + 6 - x3\_1 = a3\_2 ⇔ 0 + 6 – 6 = 0 ⇔ 0 = 0

c3\_2 + a3\_2 - x3\_2 = a3\_3 ⇔ 0 + 0 – 0 = 0 ⇔ 0 = 0

c3\_3 + a3\_3 - x3\_3 = a3\_4 ⇔ 0 + 0 – 0 = 0 ⇔ 0 = 0

c3\_4 + a3\_4 - x3\_4 = a3\_5 ⇔ 30 + 0 – 30 = 0 ⇔ 0 = 0

c3\_5 + a3\_5 - x3\_5 = a3\_6 ⇔ 0 + 0 – 0 = 0 ⇔ 0 = 0

c3\_6 + a3\_6 - x3\_6 = a3\_7 ⇔ 0 + 0 – 0 = 0 ⇔ 0 = 0

c3\_7 + a3\_7 - x3\_7 = a3\_8 ⇔ 0 + 0 – 0 = 0 ⇔ 0 = 0

c3\_8 + a3\_8 - x3\_8 = a3\_9 ⇔ 0 + 0 – 0 = 0 ⇔ 0 = 0

c3\_9 + a3\_9 - x3\_9 = a3\_10 ⇔ 0 + 0 – 0 = 0 ⇔ 0 = 0

c3\_10 + a3\_10 - x3\_10 = a3\_11 ⇔ 29 + 0 – 29 = 0 ⇔ 0 = 0

c3\_11 + a3\_11 - x3\_11 = a3\_12 ⇔ 0 + 0 – 0 = 0 ⇔ 0 = 0

c3\_12 + a3\_12 - x3\_12 = 6 ⇔ 6 + 0 – 0 = 6 ⇔ 6 = 6

**Análise dos sumos:**

Sumo de laranja;

s1\_2 = 20 + x1\_1 - e1\_12 - f1\_12 - 9 + e1\_1 + f1\_1 ⇔ 11 = 20 + 0 – 0 – 0 – 9 + 0 + 0 ⇔ 11 = 11

s1\_3 = s1\_2 + x1\_2 - e1\_1 - f1\_1 - 9 + e1\_2 + f1\_2 ⇔ 24 = 11 + 22 – 0 – 0 – 9 + 0 + 0 ⇔ 24 = 24

s1\_4 = s1\_3 + x1\_3 - e1\_2 - f1\_2 - 9 + e1\_3 + f1\_3 ⇔ 15 = 24 + 0 – 0 – 0 – 9 + 0 + 0 ⇔ 15 = 15

s1\_5 = s1\_4 + x1\_4 - e1\_3 - f1\_3 - 12 + e1\_4 + f1\_4 ⇔ 3 = 15 + 0 – 0 – 0 – 12 + 0 + 0 ⇔ 3 = 3

s1\_6 = s1\_5 + x1\_5 - e1\_4 - f1\_4 - 16 + e1\_5 + f1\_5 ⇔ 17 = 3 + 30 – 0 – 0 – 16 + 0 + 0 ⇔ 17 = 17

s1\_7 = s1\_6 + x1\_6 - e1\_5 - f1\_5 - 17 + e1\_6 + f1\_6 ⇔ 0 = 17 + 0 – 0 – 0 – 17 + 0 + 0 ⇔ 0 = 0

s1\_8 = s1\_7 + x1\_7 - e1\_6 - f1\_6 - 19 + e1\_7 + f1\_7 ⇔ 11 = 0 + 30 – 0 – 0 – 19 + 0 + 0 ⇔ 11 = 11

s1\_9 = s1\_8 + x1\_8 - e1\_7 - f1\_7 - 19 + e1\_8 + f1\_8 ⇔ 0 = 11 + 0 – 0 – 0 – 19 + 1 + 7 ⇔ 0 = 0

s1\_10 = s1\_9 + x1\_9 - e1\_8 - f1\_8 - 16 + e1\_9 + f1\_9 ⇔ 4 = 0 + 28 – 1 – 7 – 16 + 0 + 0 ⇔ 4 = 4

s1\_11 = s1\_10 + x1\_10 - e1\_9 - f1\_9 - 12 + e1\_10 + f1\_10 ⇔ 0 = 4 + 0 – 0 – 0 – 12 + 1 + 7 ⇔ 0 = 0

s1\_12 = s1\_11 + x1\_11 - e1\_10 - f1\_10 - 10 + e1\_11 + f1\_11 ⇔ 12 = 0 + 30 – 1 – 7 – 10 – 0 – 0 ⇔ 12 = 12

20 = s1\_12 + x1\_12 - e1\_11 - f1\_11 - 9 + e1\_12 + f1\_12 ⇔ 20 = 12 + 17 – 0 – 0 – 9 + 0 + 0 ⇔ 20 = 20

Sumo de maçã;

s2\_2 = 10 + x2\_1 - e2\_12 - f2\_12 - 5 + e2\_1 + f2\_1 ⇔ 0 = 10 + 0 – 1 – 4 – 5 + 0 + 0 ⇔ 0 = 0

s2\_3 = s2\_2 + x2\_2 - e2\_1 - f2\_1 - 5 + e2\_2 + f2\_2 ⇔ 0 = 0 + 0 – 0 – 0 – 5 + 1 + 4 ⇔ 0 = 0

s2\_4 = s2\_3 + x2\_3 - e2\_2 - f2\_2 - 5 + e2\_3 + f2\_3 ⇔ 14 = 0 + 24 – 1 – 4 – 5 + 0 + 0 ⇔ 14 = 14

s2\_5 = s2\_4 + x2\_4 - e2\_3 - f2\_3 - 6 + e2\_4 + f2\_4 ⇔ 8 = 14 + 0 – 0 – 0 – 6 + 0 + 0 ⇔ 8 = 8

s2\_6 = s2\_5 + x2\_5 - e2\_4 - f2\_4 - 8 + e2\_5 + f2\_5 ⇔ 0 = 8 + 0 – 0 – 0 – 8 + 0 + 0 ⇔ 0 = 0

s2\_7 = s2\_6 + x2\_6 - e2\_5 - f2\_5 - 9 + e2\_6 + f2\_6 ⇔ 19 = 0 + 28 – 0 – 0 – 9 + 0 + 0 ⇔ 19 = 19

s2\_8 = s2\_7 + x2\_7 - e2\_6 - f2\_6 - 10 + e2\_7 + f2\_7 ⇔ 9 = 19 + 0 – 0 – 0 – 10 + 0 + 0 ⇔ 9 = 9

s2\_9 = s2\_8 + x2\_8 - e2\_7 - f2\_7 - 10 + e2\_8 + f2\_8 ⇔ 29 = 9 + 30 – 0 – 0 – 10 + 0 + 0 ⇔ 29 = 29

s2\_10 = s2\_9 + x2\_9 - e2\_8 - f2\_8 - 8 + e2\_9 + f2\_9 ⇔ 21 = 29 + 0 – 0 – 0 – 8 + 0 + 0 ⇔ 21 = 21

s2\_11 = s2\_10 + x2\_10 - e2\_9 - f2\_9 - 6 + e2\_10 + f2\_10 ⇔ 15 = 21 + 0 – 0 – 0 – 6 + 0 + 0 ⇔ 15 = 15

s2\_12 = s2\_11 + x2\_11 - e2\_10 - f2\_10 - 5 + e2\_11 + f2\_11 ⇔ 10 = 15 + 0 – 0 – 0 – 5 + 0 + 0 ⇔ 10 = 10

10 = s2\_12 + x2\_12 - e2\_11 - f2\_11 - 5 + e2\_12 + f2\_12 ⇔ 10 = 10 + 0 – 0 – 0 – 5 + 1 + 4 ⇔ 10 = 10

Sumo de pêra:

s3\_2 = 10 + x3\_1 - e3\_12 - f3\_12 - 4 + e3\_1 + f3\_1 ⇔ 12 = 10 + 6 – 0 – 0 – 4 + 0 + 0 ⇔ 12 = 12

s3\_3 = s3\_2 + x3\_2 - e3\_1 - f3\_1 - 4 + e3\_2 + f3\_2 ⇔ 8 = 12 + 0 – 0 – 0 – 4 + 0 + 0 ⇔ 8 = 8

s3\_4 = s3\_3 + x3\_3 - e3\_2 - f3\_2 - 4 + e3\_3 + f3\_3 ⇔ 4 = 8 + 0 – 0 – 0 – 4 + 0 + 0 ⇔ 4 = 4

s3\_5 = s3\_4 + x3\_4 - e3\_3 - f3\_3 - 5 + e3\_4 + f3\_4 ⇔ 29 = 4 + 30 – 0 – 0 – 5 + 0 + 0 ⇔ 29 = 29

s3\_6 = s3\_5 + x3\_5 - e3\_4 - f3\_4 - 6 + e3\_5 + f3\_5 ⇔ 23 = 29 + 0 – 0 – 0 – 6 + 0 + 0 ⇔ 23 = 23

s3\_7 = s3\_6 + x3\_6 - e3\_5 - f3\_5 - 7 + e3\_6 + f3\_6 ⇔ 16 = 23 + 0 – 0 – 0 – 7 + 0 + 0 ⇔ 16 = 16

s3\_8 = s3\_7 + x3\_7 - e3\_6 - f3\_6 - 8 + e3\_7 + f3\_7 ⇔ 8 = 16 + 0 – 0 – 0 – 8 + 0 + 0 ⇔ 8 = 8

s3\_9 = s3\_8 + x3\_8 - e3\_7 - f3\_7 - 8 + e3\_8 + f3\_8 ⇔ 0 = 8 + 0 – 0 – 0 – 8 + 0 + 0 ⇔ 0 = 0

s3\_10 = s3\_9 + x3\_9 - e3\_8 - f3\_8 - 6 + e3\_9 + f3\_9 ⇔ 0 = 0 + 0 – 0 – 0 – 6 + 1 + 5 ⇔ 0 = 0

s3\_11 = s3\_10 + x3\_10 - e3\_9 - f3\_9 - 5 + e3\_10 + f3\_10 ⇔ 18 = 0 + 29 -1 – 5 – 5 + 0 + 0 ⇔ 18 = 18

s3\_12 = s3\_11 + x3\_11 - e3\_10 - f3\_10 - 4 + e3\_11 + f3\_11 ⇔ 14 = 18 + 0 – 0 – 0 – 4 + 0 + 0 ⇔ 14 = 14

10 = s3\_12 + x3\_12 - e3\_11 - f3\_11 - 4 + e3\_12 + f3\_12 ⇔ 10 = 14 + 0 – 0 – 0 – 4 + 0 + 0 ⇔ 10 = 10

1. **São respeitadas todas as restrições de capacidade.**

**Demonstração algébrica e análise das restrições:**

Quantidade máxima de sumo produzida por período é 30;

x1\_1 + x2\_1 + x3\_1 <= 30 ⇔ 0 + 0 + 6 <= 30

x1\_2 + x2\_2 + x3\_2 <= 30 ⇔ 22 + 0 + 0 <= 30

x1\_3 + x2\_3 + x3\_3 <= 30 ⇔ 0 + 24 + 0 <= 30

x1\_4 + x2\_4 + x3\_4 <= 30 ⇔ 0 + 0 + 30 <= 30

x1\_5 + x2\_5 + x3\_5 <= 30 ⇔ 30 + 0 + 0 <= 30

x1\_6 + x2\_6 + x3\_6 <= 30 ⇔ 0 + 28 + 0 <= 30

x1\_7 + x2\_7 + x3\_7 <= 30 ⇔ 30 + 0 + 0 <= 30

x1\_8 + x2\_8 + x3\_8 <= 30 ⇔ 0 + 30 + 0 <= 30

x1\_9 + x2\_9 + x3\_9 <= 30 ⇔ 28 + 0 + 0 <= 30

x1\_10 + x2\_10 + x3\_10 <= 30 ⇔ 0 + 0 + 29 <= 30

x1\_11 + x2\_11 + x3\_11 <= 30 ⇔ 30 + 0 + 0 <= 30

x1\_12 + x2\_12 + x3\_12 <= 30 ⇔ 17 + 0 + 0 <= 30

Todas as restrições VERDADEIRAS.

Quantidade máxima de sumo armazenada por período é 40;

s1\_1 + s2\_1 + s3\_1 <= 40 ⇔ 20 + 10 + 10 <= 40

s1\_2 + s2\_2 + s3\_2 <= 40 ⇔ 11 + 0 + 12 <= 40

s1\_3 + s2\_3 + s3\_3 <= 40 ⇔ 24 + 0 + 8 <= 40

s1\_4 + s2\_4 + s3\_4 <= 40 ⇔ 15 + 14 + 4 <= 40

s1\_5 + s2\_5 + s3\_5 <= 40 ⇔ 3 + 8 + 29 <= 40

s1\_6 + s2\_6 + s3\_6 <= 40 ⇔ 17 + 0 + 23 <= 40

s1\_7 + s2\_7 + s3\_7 <= 40 ⇔ 0 + 19 + 16 <= 40

s1\_8 + s2\_8 + s3\_8 <= 40 ⇔ 11 + 9 + 8 <= 40

s1\_9 + s2\_9 + s3\_9 <= 40 ⇔ 0 + 29 + 0 <= 40

s1\_10 + s2\_10 + s3\_10 <= 40 ⇔ 4 + 21 + 0 <= 40

s1\_11 + s2\_11 + s3\_11 <= 40 ⇔ 0 + 15 + 18 <= 40

s1\_12 + s2\_12 + s3\_12 <= 40 ⇔ 12 + 10 + 14 <= 40

Todas as restrições VERDADEIRAS.

Quantidade máxima de concentrado armazenada por período é 30;

a1\_1 + a2\_1 + a3\_1 <= 30 ⇔ 16 + 8 + 6 <= 30

a1\_2 + a2\_2 + a3\_2 <= 30 ⇔ 22 + 8 + 0 <= 30

a1\_3 + a2\_3 + a3\_3 <= 30 ⇔ 0 + 8 + 0 <= 30

a1\_4 + a2\_4 + a3\_4 <= 30 ⇔ 0 + 30 + 0 <= 30

a1\_5 + a2\_5 + a3\_5 <= 30 ⇔ 0 + 30 + 0 <= 30

a1\_6 + a2\_6 + a3\_6 <= 30 ⇔ 0 + 30 + 0 <= 30

a1\_7 + a2\_7 + a3\_7 <= 30 ⇔ 0 + 30 + 0 <= 30

a1\_8 + a2\_8 + a3\_8 <= 30 ⇔ 0 + 30 + 0 <= 30

a1\_9 + a2\_9 + a3\_9 <= 30 ⇔ 0 + 0 + 0 <= 30

a1\_10 + a2\_10 + a3\_10 <= 30 ⇔ 0 + 0 + 0 <= 30

a1\_11 + a2\_11 + a3\_11 <= 30 ⇔ 0 + 0 + 0 <= 30

a1\_12 + a2\_12 + a3\_12 <= 30 ⇔ 30 + 0 + 0 <= 30

Todas as restrições VERDADEIRAS.

Quantidade de concentrado armazenada por período;

Concentrado de laranja;

c1\_1 + 16 - x1\_1 = a1\_2 ⇔ 6 + 16 – 0 = 22 ⇔22 = 22

c1\_2 + a1\_2 - x1\_2 = a1\_3 ⇔ 0 + 22 – 22 = 0 ⇔ 0 = 0

c1\_3 + a1\_3 - x1\_3 = a1\_4 ⇔ 0 + 0 – 0 = 0 ⇔ 0 = 0

c1\_4 + a1\_4 - x1\_4 = a1\_5 ⇔ 0 + 0 – 0 = 0 ⇔ 0 = 0

c1\_5 + a1\_5 - x1\_5 = a1\_6 ⇔ 30 + 0 – 30 = 0 ⇔ 0 = 0

c1\_6 + a1\_6 - x1\_6 = a1\_7 ⇔ 0 + 0 – 0 = 0 ⇔ 0 = 0

c1\_7 + a1\_7 - x1\_7 = a1\_8 ⇔ 30 + 0 – 30 = 0 ⇔ 0 = 0

c1\_8 + a1\_8 - x1\_8 = a1\_9 ⇔ 0 + 0 – 0 = 0 ⇔ 0 = 0

c1\_9 + a1\_9 - x1\_9 = a1\_10 ⇔ 28 + 0 – 28 = 0 ⇔ 0 = 0

c1\_10 + a1\_10 - x1\_10 = a1\_11 ⇔ 0 + 0 – 0 = 0 ⇔ 0 = 0

c1\_11 + a1\_11 - x1\_11 = a1\_12 ⇔ 60 + 0 – 30 = 30 ⇔ 0 = 0

c1\_12 + a1\_12 - x1\_12 = 16 ⇔ 3 + 30 – 17 = 16 ⇔ 16 = 16

Concentrado de maçã;

c2\_1 + 8 - x2\_1 = a2\_2 ⇔ 0 + 8 – 0 = 8 ⇔ 8 = 8

c2\_2 + a2\_2 - x2\_2 = a2\_3 ⇔ 0 + 8 – 0 = 8 ⇔ 8 = 8

c2\_3 + a2\_3 - x2\_3 = a2\_4 ⇔ 46 + 8 – 24 = 30 ⇔ 30 = 30

c2\_4 + a2\_4 - x2\_4 = a2\_5 ⇔ 0 + 30 – 0 = 30 ⇔ 30 = 30

c2\_5 + a2\_5 - x2\_5 = a2\_6 ⇔ 0 + 30 – 0 = 30 ⇔ 30 = 30

c2\_6 + a2\_6 - x2\_6 = a2\_7 ⇔ 28 + 30 – 28 = 30 ⇔ 30 = 30

c2\_7 + a2\_7 - x2\_7 = a2\_8 ⇔ 0 + 30 – 0 = 30 ⇔ 30 = 30

c2\_8 + a2\_8 - x2\_8 = a2\_9 ⇔ 0 + 30 – 30 = 0 ⇔ 0 = 0

c2\_9 + a2\_9 - x2\_9 = a2\_10 ⇔ 0 + 0 – 0 = 0 ⇔ 0 = 0

c2\_10 + a2\_10 - x2\_10 = a2\_11 ⇔ 0 + 0 – 0 = 0 ⇔ 0 = 0

c2\_11 + a2\_11 - x2\_11 = a2\_12 ⇔ 0 + 0 – 0 = 0 ⇔ 0 = 0

c2\_12 + a2\_12 - x2\_12 = 8 ⇔ 8 + 0 – 0 = 8 ⇔ 8 = 8

Concentrado de pêra;

c3\_1 + 6 - x3\_1 = a3\_2 ⇔ 0 + 6 – 6 = 0 ⇔ 0 = 0

c3\_2 + a3\_2 - x3\_2 = a3\_3 ⇔ 0 + 0 – 0 = 0 ⇔ 0 = 0

c3\_3 + a3\_3 - x3\_3 = a3\_4 ⇔ 0 + 0 – 0 = 0 ⇔ 0 = 0

c3\_4 + a3\_4 - x3\_4 = a3\_5 ⇔ 30 + 0 – 30 = 0 ⇔ 0 = 0

c3\_5 + a3\_5 - x3\_5 = a3\_6 ⇔ 0 + 0 – 0 = 0 ⇔ 0 = 0

c3\_6 + a3\_6 - x3\_6 = a3\_7 ⇔ 0 + 0 – 0 = 0 ⇔ 0 = 0

c3\_7 + a3\_7 - x3\_7 = a3\_8 ⇔ 0 + 0 – 0 = 0 ⇔ 0 = 0

c3\_8 + a3\_8 - x3\_8 = a3\_9 ⇔ 0 + 0 – 0 = 0 ⇔ 0 = 0

c3\_9 + a3\_9 - x3\_9 = a3\_10 ⇔ 0 + 0 – 0 = 0 ⇔ 0 = 0

c3\_10 + a3\_10 - x3\_10 = a3\_11 ⇔ 29 + 0 – 29 = 0 ⇔ 0 = 0

c3\_11 + a3\_11 - x3\_11 = a3\_12 ⇔ 0 + 0 – 0 = 0 ⇔ 0 = 0

c3\_12 + a3\_12 - x3\_12 = 6 ⇔ 6 + 0 – 0 = 6 ⇔ 6 = 6

Restrições para unidades entregues em atraso;

e1\_1 + e2\_1 + e3\_1 <= 1 ⇔ 0 + 0 + 0 <= 1 ⇔ 0 <= 1

e1\_2 + e2\_2 + e3\_2 <= 1 ⇔ 0 + 1 + 0 <= 1 ⇔ 1 <= 1

e1\_3 + e2\_3 + e3\_3 <= 1 ⇔ 0 + 0 + 0 <= 1 ⇔ 0 <= 1

e1\_4 + e2\_4 + e3\_4 <= 1 ⇔ 0 + 0 + 0 <= 1 ⇔ 0 <= 1

e1\_5 + e2\_5 + e3\_5 <= 1 ⇔ 0 + 0 + 0 <= 1 ⇔ 0 <= 1

e1\_6 + e2\_6 + e3\_6 <= 1 ⇔ 0 + 0 + 0 <= 1 ⇔ 0 <= 1

e1\_7 + e2\_7 + e3\_7 <= 1 ⇔ 0 + 0 + 0 <= 1 ⇔ 0 <= 1

e1\_8 + e2\_8 + e3\_8 <= 1 ⇔ 1 + 0 + 0 <= 1 ⇔ 1 <= 1

e1\_9 + e2\_9 + e3\_9 <= 1 ⇔ 0 + 0 + 1 <= 1 ⇔ 1 <= 1

e1\_10 + e2\_10 + e3\_10 <= 1 ⇔ 1 + 0 + 0 <= 1 ⇔ 1 <= 1

e1\_11 + e2\_11 + e3\_11 <= 1 ⇔ 0 + 0 + 0 <= 1 ⇔ 0 <= 1

e1\_12 + e2\_12 + e3\_12 <= 1 ⇔ 0 + 1 + 0 <= 1 ⇔ 1 <= 1

Restrições para que as quantidades em atraso sejam satisfeitas;

Sumo de laranja;

x1\_1 + s1\_1 >= e1\_12 + f1\_12 ⇔ 0 + 20 >= 0 + 0 ⇔ 20 >= 0

x1\_2 + s1\_2 >= e1\_1 + f1\_1 ⇔ 22 + 11 >= 0 + 0 ⇔ 33 >= 0

x1\_3 + s1\_3 >= e1\_2 + f1\_2 ⇔ 0 + 24 >= 0 + 0 ⇔ 24 >= 0

x1\_4 + s1\_4 >= e1\_3 + f1\_3 ⇔ 0 + 15 >= 0 + 0 ⇔ 15 >= 0

x1\_5 + s1\_5 >= e1\_4 + f1\_4 ⇔ 30 + 3 >= 0 + 0 ⇔ 33 >= 0

x1\_6 + s1\_6 >= e1\_5 + f1\_5 ⇔ 0 + 17 >= 0 + 0 ⇔ 17 >= 0

x1\_7 + s1\_7 >= e1\_6 + f1\_6 ⇔ 30 + 0 >= 0 + 0 ⇔ 30 >= 0

x1\_8 + s1\_8 >= e1\_7 + f1\_7 ⇔ 0 + 11 >= 0 + 0 ⇔ 11 >= 0

x1\_9 + s1\_9 >= e1\_8 + f1\_8 ⇔ 28 + 0 >= 1 + 7 ⇔ 28 >= 8

x1\_10 + s1\_10 >= e1\_9 + f1\_9 ⇔ 0 + 4 >= 0 + 0 ⇔ 4 >= 0

x1\_11 + s1\_11 >= e1\_10 + f1\_10 ⇔ 30 + 0 >= 1 + 7 ⇔ 30 >= 8

x1\_12 + s1\_12 >= e1\_11 + f1\_11 ⇔ 17 + 12 >= 0 + 0 ⇔ 29 >= 0

Sumo de maçã;

x2\_1 + s2\_1 >= e2\_12 + f2\_12 ⇔ 0 + 10 >= 1 + 4 ⇔ 10 >= 5

x2\_2 + s2\_2 >= e2\_1 + f2\_1 ⇔ 0 + 0 >= 0 + 0 ⇔ 24 >= 0

x2\_3 + s2\_3 >= e2\_2 + f2\_2 ⇔ 24 + 0 >= 1 + 4 ⇔ 24 >= 5

x2\_4 + s2\_4 >= e2\_3 + f2\_3 ⇔ 0 + 14 >= 0 + 0 ⇔ 14 >= 0

x2\_5 + s2\_5 >= e2\_4 + f2\_4 ⇔ 0 + 8 >= 0 + 0 ⇔ 8 >= 0

x2\_6 + s2\_6 >= e2\_5 + f2\_5 ⇔ 28 + 0 >= 0 + 0 ⇔ 28 >= 0

x2\_7 + s2\_7 >= e2\_6 + f2\_6 ⇔ 0 + 19 >= 0 + 0 ⇔ 19 >= 0

x2\_8 + s2\_8 >= e2\_7 + f2\_7 ⇔ 30 + 9 >= 0 + 0 ⇔ 39 >= 0

x2\_9 + s2\_9 >= e2\_8 + f2\_8 ⇔ 0 + 29 >= 0 + 0 ⇔ 29 >= 0

x2\_10 + s2\_10 >= e2\_9 + f2\_9 ⇔ 0 + 21 >= 0 + 0 ⇔ 21 >= 0

x2\_11 + s2\_11 >= e2\_10 + f2\_10 ⇔ 0 + 15 >= 0 + 0 ⇔ 15 >= 0

x2\_12 + s2\_12 >= e2\_11 + f2\_11 ⇔ 0 + 10 >= 0 + 0 ⇔ 10 >= 0

Sumo de pêra;

x3\_1 + s3\_1 >= e3\_12 + f3\_12 ⇔ 6 + 10 >= 0 + 0 ⇔ 16 >= 0

x3\_2 + s3\_2 >= e3\_1 + f3\_1 ⇔ 0 + 12 >= 0 + 0 ⇔ 12 >= 0

x3\_3 + s3\_3 >= e3\_2 + f3\_2 ⇔ 0 + 8 >= 0 + 0 ⇔ 8 >= 0

x3\_4 + s3\_4 >= e3\_3 + f3\_3 ⇔ 30 + 4 >= 0 + 0 ⇔ 34 >= 0

x3\_5 + s3\_5 >= e3\_4 + f3\_4 ⇔ 0 + 29 >= 0 + 0 ⇔ 29 >= 0

x3\_6 + s3\_6 >= e3\_5 + f3\_5 ⇔ 0 + 23 >= 0 + 0 ⇔ 23 >= 0

x3\_7 + s3\_7 >= e3\_6 + f3\_6 ⇔ 0 + 16 >= 0 + 0 ⇔ 16 >= 0

x3\_8 + s3\_8 >= e3\_7 + f3\_7 ⇔ 0 + 8 >= 0 + 0 ⇔ 8 >= 0

x3\_9 + s3\_9 >= e3\_8 + f3\_8 ⇔ 0 + 0 >= 0 + 0 ⇔ 0 >= 0

x3\_10 + s3\_10 >= e3\_9 + f3\_9 ⇔ 29 + 0 >= 1 + 5 ⇔ 29 >= 6

x3\_11 + s3\_11 >= e3\_10 + f3\_10 ⇔ 0 + 18 >= 0 + 0 ⇔ 18 >= 0

x3\_12 + s3\_12 >= e3\_11 + f3\_11 ⇔ 0 + 14 >= 0 + 0 ⇔ 14 >= 0

Quantidades entregues em atraso têm de ser menores ou iguais à quantidade procurada;

Sumo de laranja;

e1\_1 + f1\_1 <= 9 ⇔ 0 + 0 <= 9 ⇔ 0 <= 9

e1\_2 + f1\_2 <= 9 ⇔ 0 + 0 <= 9 ⇔ 0 <= 9

e1\_3 + f1\_3 <= 9 ⇔ 0 + 0 <= 9 ⇔ 0 <= 9

e1\_4 + f1\_4 <= 12 ⇔ 0 + 0 <= 12 ⇔ 0 <= 12

e1\_5 + f1\_5 <= 16 ⇔ 0 + 0 <= 16 ⇔ 0 <= 16

e1\_6 + f1\_6 <= 17 ⇔ 0 + 0 <= 17 ⇔ 0 <= 17

e1\_7 + f1\_7 <= 19 ⇔ 0 + 0 <= 19 ⇔ 0 <= 19

e1\_8 + f1\_8 <= 19 ⇔ 1 + 7 <= 19 ⇔ 8 <= 19

e1\_9 + f1\_9 <= 16 ⇔ 0 + 0 <= 16 ⇔ 0 <= 16

e1\_10 + f1\_10 <= 12 ⇔ 1 + 7 <= 12 ⇔ 8 <= 12

e1\_11 + f1\_11 <= 10 ⇔ 0 + 0 <= 10 ⇔ 0 <= 10

e1\_12 + f1\_12 <= 9 ⇔ 0 + 0 <= 9 ⇔ 0 <= 9

Sumo de maçã;

e2\_1 + f2\_1 <= 5 ⇔ 0 + 0 <= 5 ⇔ 0 <= 5

e2\_2 + f2\_2 <= 5 ⇔ 1 + 4 <= 5 ⇔ 5 <= 5

e2\_3 + f2\_3 <= 5 ⇔ 0 + 0 <= 5 ⇔ 0 <= 5

e2\_4 + f2\_4 <= 6 ⇔ 0 + 0 <= 6 ⇔ 0 <= 6

e2\_5 + f2\_5 <= 8 ⇔ 0 + 0 <= 8 ⇔ 0 <= 8

e2\_6 + f2\_6 <= 9 ⇔ 0 + 0 <= 9 ⇔ 0 <= 9

e2\_7 + f2\_7 <= 10 ⇔ 0 + 0 <= 10 ⇔ 0 <= 10

e2\_8 + f2\_8 <= 10 ⇔ 0 + 0 <= 10 ⇔ 0 <= 10

e2\_9 + f2\_9 <= 8 ⇔ 0 + 0 <= 8 ⇔ 0 <= 8

e2\_10 + f2\_10 <= 6 ⇔ 0 + 0 <= 6 ⇔ 0 <= 6

e2\_11 + f2\_11 <= 5 ⇔ 0 + 0 <= 5 ⇔ 0 <= 5

e2\_12 + f2\_12 <= 5 ⇔ 1 + 4 <= 5 ⇔ 5 <= 5

Sumo de pêra;

e3\_1 + f3\_1 <= 4 ⇔ 0 + 0 <= 4 ⇔ 0 <= 4

e3\_2 + f3\_2 <= 4 ⇔ 0 + 0 <= 4 ⇔ 0 <= 4

e3\_3 + f3\_3 <= 4 ⇔ 0 + 0 <= 4 ⇔ 0 <= 4

e3\_4 + f3\_4 <= 5 ⇔ 0 + 0 <= 5 ⇔ 0 <= 5

e3\_5 + f3\_5 <= 6 ⇔ 0 + 0 <= 6 ⇔ 0 <= 6

e3\_6 + f3\_6 <= 7 ⇔ 0 + 0 <= 7 ⇔ 0 <= 7

e3\_7 + f3\_7 <= 8 ⇔ 0 + 0 <= 8 ⇔ 0 <= 8

e3\_8 + f3\_8 <= 8 ⇔ 0 + 0 <= 8 ⇔ 0 <= 8

e3\_9 + f3\_9 <= 6 ⇔ 1 + 5 <= 6 ⇔ 6 <= 6

e3\_10 + f3\_10 <= 5 ⇔ 0 + 0 <= 5 ⇔ 0 <= 5

e3\_11 + f3\_11 <= 4 ⇔ 0 + 0 <= 4 ⇔ 0 <= 4

e3\_12 + f3\_12 <= 4 ⇔ 0 + 0 <= 4 ⇔ 0 <= 4

/\*qmax-1 \* eij >= fij\*/

Sumo de laranja;

8 e1\_1 >= f1\_1 ⇔ 8 \* 0 >= 0 ⇔ 0 >= 0

8 e1\_2 >= f1\_2 ⇔ 8 \* 0 >= 0 ⇔ 0 >= 0

8 e1\_3 >= f1\_3 ⇔ 8 \* 0 >= 0 ⇔ 0 >= 0

11 e1\_4 >= f1\_4 ⇔ 11 \* 0 >= 0 ⇔ 0 >= 0

15 e1\_5 >= f1\_5 ⇔ 15 \* 0 >= 0 ⇔ 0 >= 0

16 e1\_6 >= f1\_6 ⇔ 16 \* 0 >= 0 ⇔ 0 >= 0

18 e1\_7 >= f1\_7 ⇔ 18 \* 0 >= 0 ⇔ 0 >= 0

18 e1\_8 >= f1\_8 ⇔ 18 \* 1 >= 7 ⇔ 18 >= 7

15 e1\_9 >= f1\_9 ⇔ 15 \* 0 >= 0 ⇔ 0 >= 0

11 e1\_10 >= f1\_10 ⇔ 11 \* 1 >= 7 ⇔ 11 >= 7

9 e1\_11 >= f1\_11 ⇔ 9 \* 0 >= 0 ⇔ 0 >= 0

8 e1\_12 >= f1\_12 ⇔ 8 \* 0 >= 0 ⇔ 0 >= 0

Sumo de maçã;

4 e2\_1 >= f2\_1 ⇔ 4 \* 0 >= 0 ⇔ 0 >= 0

4 e2\_2 >= f2\_2 ⇔ 4 \* 1 >= 4 ⇔ 4 >= 4

4 e2\_3 >= f2\_3 ⇔ 4 \* 0 >= 0 ⇔ 0 >= 0

5 e2\_4 >= f2\_4 ⇔ 5 \* 0 >= 0 ⇔ 0 >= 0

7 e2\_5 >= f2\_5 ⇔ 7 \* 0 >= 0 ⇔ 0 >= 0

8 e2\_6 >= f2\_6 ⇔ 8 \* 0 >= 0 ⇔ 0 >= 0

9 e2\_7 >= f2\_7 ⇔ 9 \* 0 >= 0 ⇔ 0 >= 0

9 e2\_8 >= f2\_8 ⇔ 9 \* 0 >= 0 ⇔ 0 >= 0

7 e2\_9 >= f2\_9 ⇔ 7 \* 0 >= 0 ⇔ 0 >= 0

5 e2\_10 >= f2\_10 ⇔ 5 \* 0 >= 0 ⇔ 0 >= 0

4 e2\_11 >= f2\_11 ⇔ 4 \* 0 >= 0 ⇔ 0 >= 0

4 e2\_12 >= f2\_12 ⇔ 4 \* 1 >= 4 ⇔ 4 >= 4

Sumo de pêra;

3 e3\_1 >= f3\_1 ⇔ 3 \* 0 >= 0 ⇔ 0 >= 0

3 e3\_2 >= f3\_2 ⇔ 3 \* 0 >= 0 ⇔ 0 >= 0

3 e3\_3 >= f3\_3 ⇔ 3 \* 0 >= 0 ⇔ 0 >= 0

4 e3\_4 >= f3\_4 ⇔ 4 \* 0 >= 0 ⇔ 0 >= 0

5 e3\_5 >= f3\_5 ⇔ 5 \* 0 >= 0 ⇔ 0 >= 0

6 e3\_6 >= f3\_6 ⇔ 6 \* 0 >= 0 ⇔ 0 >= 0

7 e3\_7 >= f3\_7 ⇔ 7 \* 0 >= 0 ⇔ 0 >= 0

7 e3\_8 >= f3\_8 ⇔ 7 \* 0 >= 0 ⇔ 0 >= 0

5 e3\_9 >= f3\_9 ⇔ 5 \* 1 >= 5 ⇔ 5 >= 5

4 e3\_10 >= f3\_10 ⇔ 4 \* 0 >= 0 ⇔ 0 >= 0

3 e3\_11 >= f3\_11 ⇔ 3 \* 0 >= 0 ⇔ 0 >= 0

3 e3\_12 >= f3\_12 ⇔ 3 \* 0 >= 0 ⇔ 0 >= 0

Apenas se pode produzir um único tipo de sumo por mês;

y1\_1 + y2\_1 + y3\_1 = 1 ⇔ 0 + 0 + 1 = 1 ⇔ 1 = 1

y1\_2 + y2\_2 + y3\_2 = 1 ⇔ 1 + 0 + 0 = 1 ⇔ 1 = 1

y1\_3 + y2\_3 + y3\_3 = 1 ⇔ 0 + 1 + 0 = 1 ⇔ 1 = 1

y1\_4 + y2\_4 + y3\_4 = 1 ⇔ 0 + 0 + 1 = 1 ⇔ 1 = 1

y1\_5 + y2\_5 + y3\_5 = 1 ⇔ 1 + 0 + 0 = 1 ⇔ 1 = 1

y1\_6 + y2\_6 + y3\_6 = 1 ⇔ 0 + 1 + 0 = 1 ⇔ 1 = 1

y1\_7 + y2\_7 + y3\_7 = 1 ⇔ 1 + 0 + 0 = 1 ⇔ 1 = 1

y1\_8 + y2\_8 + y3\_8 = 1 ⇔ 0 + 1 + 0 = 1 ⇔ 1 = 1

y1\_9 + y2\_9 + y3\_9 = 1 ⇔ 1 + 0 + 0 = 1 ⇔ 1 = 1

y1\_10 + y2\_10 + y3\_10 = 1 ⇔ 0 + 0 + 1 = 1 ⇔ 1 = 1

y1\_11 + y2\_11 + y3\_11 = 1 ⇔ 1 + 0 + 0 = 1 ⇔ 1 = 1

y1\_12 + y2\_12 + y3\_12 = 1 ⇔ 1 + 0 + 0 = 1 ⇔ 1 = 1

A quantidade produzida estará dentro de um valor aceitável caso haja produção ou será 0 caso não haja produção. Em caso de manutenção, há paragem na produção durante dois dias, o que corresponde a uma perda de produção de duas unidades, visto que se produz uma unidade por dia;

Sumo de laranja;

x1\_1 <= 30 y1\_1 ⇔ 0 <= 30\*0 ⇔ 0 <= 0

x1\_2 <= 30 y1\_2 ⇔ 22 <= 30\*1 ⇔ 22 <= 30

x1\_3 <= 30 y1\_3 - 2 m1\_3 ⇔ 0 <= 30\*0 – 2\*0 ⇔ 0 <= 0

x1\_4 <= 30 y1\_4 ⇔ 0 <= 30\*0 ⇔ 0 <= 0

x1\_5 <= 30 y1\_5 ⇔ 30 <= 30\*1 ⇔ 30 <= 30

x1\_6 <= 30 y1\_6 ⇔ 0 <= 30\*0 ⇔ 0 <= 0

x1\_7 <= 30 y1\_7 ⇔ 30 <= 30\*1 ⇔ 30 <= 30

x1\_8 <= 30 y1\_8 ⇔ 0 <= 30\*0 ⇔ 0 <= 0

x1\_9 <= 30 y1\_9 - 2 m1\_9 ⇔ 28 <= 30\*1 – 2\*1⇔ 28 <= 28

x1\_10 <= 30 y1\_10 ⇔ 0 <= 30\*0 ⇔ 0 <= 0

x1\_11 <= 30 y1\_11 ⇔ 30 <= 30\*1 ⇔ 30 <= 30

x1\_12 <= 30 y1\_12 ⇔ 17 <= 30\*1 ⇔ 17 <= 30

Sumo de maçã;

x2\_1 <= 30 y2\_1 ⇔ 0 <= 30\*0 ⇔ 0 <= 0

x2\_2 <= 30 y2\_2 ⇔ 0 <= 30\*1 ⇔ 22 <= 30

x2\_3 <= 30 y2\_3 - 2 m2\_3 ⇔ 24 <= 30\*1 – 2\*0 ⇔ 24 <= 30

x2\_4 <= 30 y2\_4 ⇔ 0 <= 30\*0 ⇔ 0 <= 0

x2\_5 <= 30 y2\_5 ⇔ 0 <= 30\*0 ⇔ 0 <= 0

x2\_6 <= 30 y2\_6 ⇔ 28 <= 30\*1 ⇔ 28 <= 30

x2\_7 <= 30 y2\_7 ⇔ 0 <= 30\*0 ⇔ 0 <= 0

x2\_8 <= 30 y2\_8 ⇔ 30 <= 30\*1 ⇔ 30 <= 30

x2\_9 <= 30 y2\_9 - 2 m2\_9 ⇔ 0 <= 30\*0 – 2\*0 ⇔ 0 <= 0

x2\_10 <= 30 y2\_10 ⇔ 0 <= 30\*0 ⇔ 0 <= 0

x2\_11 <= 30 y2\_11 ⇔ 0 <= 30\*0 ⇔ 0 <= 0

x2\_12 <= 30 y2\_12 ⇔ 0 <= 30\*0 ⇔ 0 <= 0

Sumo de pêra;

x3\_1 <= 30 y3\_1 ⇔ 6 <= 30\*1 ⇔ 6 <= 30

x3\_2 <= 30 y3\_2 ⇔ 0 <= 30\*0 ⇔ 0 <= 0

x3\_3 <= 30 y3\_3 - 2 m3\_3 ⇔ 0 <= 30\*0 – 2\*0 ⇔ 0 <= 0

x3\_4 <= 30 y3\_4 ⇔ 30 <= 30\*1 ⇔ 30 <= 30

x3\_5 <= 30 y3\_5 ⇔ 0 <= 30\*0 ⇔ 0 <= 0

x3\_6 <= 30 y3\_6 ⇔ 0 <= 30\*0 ⇔ 0 <= 0

x3\_7 <= 30 y3\_7 ⇔ 0 <= 30\*0 ⇔ 0 <= 0

x3\_8 <= 30 y3\_8 ⇔ 0 <= 30\*0 ⇔ 0 <= 0

x3\_9 <= 30 y3\_9 - 2 m3\_9 ⇔ 0 <= 30\*0 – 2\*0 ⇔ 0 <= 0

x3\_10 <= 30 y3\_10 ⇔ 29 <= 30\*1 ⇔ 29 <= 30

x3\_11 <= 30 y3\_11 ⇔ 0 <= 30\*0 ⇔ 0 <= 0

x3\_12 <= 30 y3\_12 ⇔ 0 <= 30\*0 ⇔ 0 <= 0

Apenas pode haver manutenção de uma linha de engarrafamento de cada vez;

m1\_3 + m2\_3 + m3\_3 + m1\_9 + m2\_9 + m3\_9 = 1 ⇔ 0 + 0 + 0 + 1 + 0 + 0 = 1 ⇔ 1 = 1

Há apenas uma limpeza;

l2 + l3 + l8 + l9 = 1 ⇔ 0 + 0 + 1 + 0 = 1 ⇔ 1 = 1

A operação de manutenção deve ser articulada com uma operação de limpeza do armazém de matérias primas;

l2 + l3 = m1\_3 + m2\_3 + m3\_3 ⇔ 0 + 0 = 0 + 0 + 0 ⇔ 0 = 0

l8 + l9 = m1\_9 + m2\_9 + m3\_9 ⇔ 1 + 0 = 1 + 0 + 0 ⇔ 1 = 1

**Cálculo dos custos do concentrado:**

CusC = 180\*c1\_1 + 200\*c1\_2 + 180\*c1\_3 + 200\*c1\_4 + 180\*c1\_5 + 200\*c1\_6 + 180\*c1\_7 + 200\*c1\_8 + 180\*c1\_9 + 200\*c1\_10 + 180\*c1\_11 + 200\*c1\_12 + 231c2\_1 + 199c2\_2 + 187c2\_3 + 198c2\_4 + 210c2\_5 + 208c2\_6 + 211c2\_7 + 220c2\_8 + 217c2\_9 + 216c2\_10 + 221c2\_11 + 217c2\_12 + 116c3\_1 + 116c3\_2 + 124c3\_3 + 120c3\_4 + 132c3\_5 + 128c3\_6 + 136c3\_7 + 116c3\_8 + 120c3\_9 + 108c3\_10 + 100c3\_11 + 116c3\_12 = 180\*6 + 200\*0 + 180\*0 + 200\*0 + 180\*30 + 200\*0 + 180\*30 + 200\*0 + 180\*28 + 200\*0 + 180\*60 + 200\*3 + 231\*0 + 199\*0 + 187\*46 + 198\*0 + 210\*0 + 208\*28 + 211\*0 + 220\*0 + 217\*0 + 216\*0 + 221\*0 + 217\*8 + 116\*0 + 116\*0 + 124\*0 + 120\*30 + 132\*0 + 128\*0 + 136\*0 + 116\*0 + 120\*0 + 108\*29 + 100\*0 + 116\*6 = 51910

**Cálculos dos custos do sumo:**

CusS = 10\*x1\_1 + 10\*x2\_1 + 10\*x3\_1 + 10\*x1\_2 + 10\*x2\_2 + 10\*x3\_2 + 10\*x1\_3 + 10\*x2\_3 + 10\*x3\_3 + 10\*x1\_4 + 10\*x2\_4 + 10\*x3\_4 + 10\*x1\_5 + 10\*x2\_5 + 10\*x3\_5 + 10\*x1\_6 + 10\*x2\_6 + 10\*x3\_6 + 10\*x1\_7 + 10\*x2\_7 + 10\*x3\_7 + 12\*x1\_8 + 12\*x2\_8 + 12\*x3\_8 + 10\*x1\_9 + 10\*x2\_9 + 10\*x3\_9 + 10\*x1\_10 + 10\*x2\_10 + 10\*x3\_10 + 10\*x1\_11 + 10\*x2\_11 + 10\*x3\_11 + 10\*x1\_12 + 10\*x2\_12 + 10\*x3\_12 = 10\*0 + 10\*0 + 10\*6 + 10\*22 + 10\*0 + 10\*0 + 10\*0 + 10\*24 + 10\*0 + 10\*0 + 10\*0 + 10\*30 + 10\*30 + 10\*0 + 10\*0 + 10\*0 + 10\*28 + 10\*0 + 10\*30 + 10\*0 + 10\*0 + 12\*0 + 12\*30 + 12\*0 + 10\*28 + 10\*0 + 10\*0 + 10\*0 + 10\*0 + 10\*29 + 10\*30 + 10\*0 + 10\*0 + 10\*17 + 10\*0 + 10\*0 = 3100

**Cálculo dos custos do *stock* de sumos:**

CusStS = 3\*s1\_1 + 3\*s1\_2 + 3\*s1\_3 + 3\*s1\_4 + 3\*s1\_5 + 3\*s1\_6 + 3\*s1\_7 + 3\*s1\_8 + 3\*s1\_9 + 3\*s1\_10 + 3\*s1\_11 + 3\*s1\_12 + 3\*s2\_1 + 3\*s2\_2 + 3\*s2\_3 + 3\*s2\_4 + 3\*s2\_5 + 3\*s2\_6 + 3\*s2\_7 + 3\*s2\_8 + 3\*s2\_9 + 3\*s2\_10 + 3\*s2\_11 + 3\*s2\_12 + 3\*s3\_1 + 3\*s3\_2 + 3\*s3\_3 + 3\*s3\_4 + 3\*s3\_5 + 3\*s3\_6 + 3\*s3\_7 + 3\*s3\_8 + 3\*s3\_9 + 3\*s3\_10 + 3\*s3\_11 + 3\*s3\_12 = 3\*20 + 3\*11 + 3\*24 + 3\*15 + 3\*3 + 3\*17 + 3\*0 + 3\*11 + 3\*0 + 3\*4 + 3\*0 + 3\*12 + 3\*10 + 3\*0 + 3\*0 + 3\*14 + 3\*8 + 3\*0 + 3\*19 + 3\*9 + 3\*29 + 3\*21 + 3\*15 + 3\*10 + 3\*10 + 3\*12 + 3\*8 + 3\*4 + 3\*29 + 3\*23 + 3\*16 + 3\*8 + 3\*0 + 3\*0 + 3\*18 + 3\*14 = 1182

**Cálculo dos custos do *stock* de concentrados:**

(Como o custo de posse de inventário é de 1 U.M/U.E. período, é compreensível a multiplicação por 1.)

CusStC = 1\*a1\_1 + 1\*a1\_2 + 1\*a1\_3 + 1\*a1\_4 + 1\*a1\_5 + 1\*a1\_6 + 1\*a1\_7 + 1\*a1\_8 + 1\*a1\_9 + 1\*a1\_10 + 1\*a1\_11 + 1\*a1\_12 + 1\*a2\_1 + 1\*a2\_2 + 1\*a2\_3 + 1\*a2\_4 + 1\*a2\_5 + 1\*a2\_6 + 1\*a2\_7 + 1\*a2\_8 + 1\*a2\_9 + 1\*a2\_10 + 1\*a2\_11 + 1\*a2\_12 + 1\*a3\_1 + 1\*a3\_2 + 1\*a3\_3 + 1\*a3\_4 + 1\*a3\_5 + 1\*a3\_6 + 1\*a3\_7 + 1\*a3\_8 + 1\*a3\_9 + 1\*a3\_10 + 1\*a3\_11 + 1\*a3\_12 = 1\*16 + 1\*22 + 1\*0 + 1\*0 + 1\*0 + 1\*0 + 1\*0 + 1\*0 + 1\*0 + 1\*0 + 1\*0 + 1\*30 + 1\*8 + 1\*8 + 1\*8 + 1\*30 + 1\*30 + 1\*30 + 1\*30 + 1\*30 + 1\*0 + 1\*0 + 1\*0 + 1\*0 + 1\*6 + 1\*0 + 1\*0 + 1\*0 + 1\*0 + 1\*0 + 1\*0 + 1\*0 + 1\*0 + 1\*0 + 1\*0 + 1\*0 = 248

**Cálculo do custo das unidades entregues com penalização de 1:**

CusE1 = 1\*e1\_1 + 1\*e1\_2 + 1\*e1\_3 + 1\*e1\_4 + 1\*e1\_5 + 1\*e1\_6 + 1\*e1\_7 + 1\*e1\_8 + 1\*e1\_9 + 1\*e1\_10 + 1\*e1\_11 + 1\*e1\_12 + 1\*e2\_1 + 1\*e2\_2 + 1\*e2\_3 + 1\*e2\_4 + 1\*e2\_5 + 1\*e2\_6 + 1\*e2\_7 + 1\*e2\_8 + 1\*e2\_9 + 1\*e2\_10 + 1\*e2\_11 + 1\*e2\_12 + 1\*e3\_1 + 1\*e3\_2 + 1\*e3\_3 + 1\*e3\_4 + 1\*e3\_5 + 1\*e3\_6 + 1\*e3\_7 + 1\*e3\_8 + 1\*e3\_9 + 1\*e3\_10 + 1\*e3\_11 + 1\*e3\_12 = 1\*0 + 1\*0 + 1\*0 + 1\*0 + 1\*0 + 1\*0 + 1\*0 + 1\*1 + 1\*0 + 1\*1 + 1\*0 + 1\*0 + 1\*0 + 1\*1 + 1\*0 + 1\*0 + 1\*0 + 1\*0 + 1\*0 + 1\*0 + 1\*0 + 1\*0 + 1\*0 + 1\*1 + 1\*0 + 1\*0 + 1\*0 + 1\*0 + 1\*0 + 1\*0 + 1\*0 + 1\*0 + 1\*1 + 1\*0 + 1\*0 + 1\*0 = 5

**Cálculo do custo das unidades entregues com penalização de 10:**

CusE10 = 10\*f1\_1 + 10\*f1\_2 + 10\*f1\_3 + 10\*f1\_4 + 10\*f1\_5 + 10\*f1\_6 + 10\*f1\_7 + 10\*f1\_8 + 10\*f1\_9 + 10\*f1\_10 + 10\*f1\_11 + 10\*f1\_12 + 10\*f2\_1 + 10\*f2\_2 + 10\*f2\_3 + 10\*f2\_4 + 10\*f2\_5 + 10\*f2\_6 + 10\*f2\_7 + 10\*f2\_8 + 10\*f2\_9 + 10\*f2\_10 + 10\*f2\_11 + 10\*f2\_12 + 10\*f3\_1 + 10\*f3\_2 + 10\*f3\_3 + 10\*f3\_4 + 10\*f3\_5 + 10\*f3\_6 + 10\*f3\_7 + 10\*f3\_8 + 10\*f3\_9 + 10\*f3\_10 + 10\*f3\_11 + 10\*f3\_12 = 10\*0 + 10\*0 + 10\*0 + 10\*0 + 10\*0 + 10\*0 + 10\*0 + 10\*7 + 10\*0 + 10\*7 + 10\*0 + 10\*0 + 10\*0 + 10\*4 + 10\*0 + 10\*0 + 10\*0 + 10\*0 + 10\*0 + 10\*0 + 10\*0 + 10\*0 + 10\*0 + 10\*4 + 10\*0 + 10\*0 + 10\*0 + 10\*0 + 10\*0 + 10\*0 + 10\*0 + 10\*0 + 10\*5 + 10\*0 + 10\*0 + 10\*0 = 270

**Cálculo dos custos de manutenção:**

CusM = 250\*m1\_3 + 250\*m2\_3 + 250\*m3\_3 + 400\*m1\_9 + 400\*m2\_9 + 400\*m3\_9 = 250\*0 + 250\*0 + 250\*0 + 400\*1 + 400\*0 + 400\*0 = 400

**Cálculo total dos custos:**

(Cálculo da função objetivo)

min = CusC + CusS + CusStS + CusStC + CusE1 + CusE10 + CusM = 51910 + 3100 + 1182 + 248 + 5 + 270 + 400 = 57115

Logo, os cálculos que foram efetuados no *LPSolve* têm exatamente o mesmo resultado que aqueles que acabamos de calcular.

# Parte 2

**1 – Formulação do problema:**

Nesta parte, partimos da parte 3 do trabalho 1. Como surgiram variações ao enunciado usado no trabalho 1, construímos novas restrições tendo em conta a possibilidade de haver uma perda de capacidade de produção, que resulta da paragem forçada da linha durante 1 dia, se existir uma mudança do tipo de sumo de um período para o período seguinte. Esta perda de capacidade de produção corresponde à perda de 1 U.E., ou seja, quando o sumo produzido é do mesmo tipo em meses consecutivos, a capacidade de produção é de 30 U.E.. Se, por outro lado, o tipo de sumo produzido em meses consecutivos não for o mesmo, a capacidade de produção é de apenas 29 U.E..

Para isso, a restrição acrescentada x1\_1 <= 29 y1\_1 reflete o pedido: a capacidade de produção é de 29, pois o tipo de sumo produzido em dezembro do mês transato foi pêra e aqui pode ser produzido sumo de laranja (quando a variável binária y1\_1 toma o valor 1). O mesmo acontece quando o tipo de sumo produzido no mês de janeiro é de maçã. Já para o sumo de pêra, adicionamos a restrição x3\_1 <= 30 y3\_1 pois, como o tipo de sumo produzido em dezembro do ano transato e janeiro do ano atual pode ser o mesmo (a variável binária y3\_1 tomará o valor 1), a capacidade de produção mantém-se nas 30 U.E.. As restrições, como por exemplo, x1\_2 <= 28 y1\_2 + 1-1\*y2\_1 + 1-1\*y3\_1, modelam a situação em que a capacidade de produção num mês pode ser influenciada se for produzido qualquer tipo de sumo. Supondo que se produziu sumo de laranja em janeiro, y2\_1 e y3\_1 irão tomar valor 0, logo a produção de sumo de laranja em fevereiro será de 28 + 1 + 1, ou seja, 30, o que está de acordo com o que referimos anteriormente. Se no mês de janeiro a produção tivesse sido de maçã, a produção de sumo de laranja em fevereiro já só poderia ser de 28 + (1-1) + 1, ou seja, seria de 29 unidades, o que mais uma vez corresponde a uma situação já referida anteriormente.

Sempre que há uma mudança do tipo de sumo de um período para o período seguinte tem um custo de 10 U.M.. Isto está representado nos custos de mudança do tipo de sumo produzido, custos estes que foram também adicionados à função objetivo:

CusMud = 10\*z1 + 10\*z2+ 10\*z3 + 10\*z4 + 10\*z5 + 10\*z6 + 10\*z7 + 10\*z8 + 10\*z9 + 10\*z10 + 10\*z11

Como se vê, foi necessária uma nova variável binária zj que representa uma mudança no tipo de sumo produzido de um mês para o outro. Por exemplo, quando z1 toma o valor 1, significa que do mês de janeiro para o mês de fevereiro, houve mudança no tipo de sumo produzido.

As restrições do seguinte tipo permitem identificar se há mudança no tipo de sumo produzido:

y1\_1 - y1\_2 <= z1;

No caso de haver produção de sumo de laranja em janeiro e também em fevereiro, z1 estará num valor aceitável pois terá de ser maior ou igual que 0 (1-1), logo poderá ser 0, o que significaria, nesse caso, que não houve mudança. Se y1\_1 fosse 1 e y1\_2 fosse 0, estaríamos numa situação em que houve mudança de certeza e, por isso, z1 seria maior ou igual que 1 (1+0), ou seja, seria 1, pois zj é uma variável binária, o que indica que ocorreu mudança tal como é suposto.

**2 - Ficheiro de *input*:**

/\* Variáveis de decisão:

i=1->laranja; i=2->maçã; i=3->pêra

xi\_j: quantidade produzida do sumo i no mês j; i=1,2,3; j=1,2,...,12

ci\_j: quantidade comprada do concentrado i no mês j; i=1,2,3; j=1,2,...,12

si\_j: quantidade armazenada em stock do sumo i no mês j; i=1,2,3; j=1,2,...,12

ai\_j: quantidade armazenada em stock do concentrado i no mês j; i=1,2,3; j=1,2,...,12

ei\_j: quantidade de sumo i entregue no mês j com penalidade de 1 U.E.; i=1,2,3; j=1,2,...,12

fi\_j: quantidade de sumo i entregue no mês j com penalidade de 10 U.E.; i=1,2,3; j=1,2,...,12 \*/

/\* Função objetivo: minimizar os custos \*/

min: CusC + CusS + CusStS + CusStC + CusE1 + CusE10 + CusMud;

/\* Restrições \*/

/\* Quantidade inicial de sumo armazenada (será igual à final) \*/

s1\_1 = 20;

s2\_1 = 10;

s3\_1 = 10;

/\* Quantidade inicial de concentrado armazenada (será igual à final) \*/

a1\_1 = 16;

a2\_1 = 8;

a3\_1 = 6;

/\* Quantidade máxima de sumo produzida por período é menor ou igual que 30 \*/

x1\_1 + x2\_1 + x3\_1 <= 30;

x1\_2 + x2\_2 + x3\_2 <= 30;

x1\_3 + x2\_3 + x3\_3 <= 30;

x1\_4 + x2\_4 + x3\_4 <= 30;

x1\_5 + x2\_5 + x3\_5 <= 30;

x1\_6 + x2\_6 + x3\_6 <= 30;

x1\_7 + x2\_7 + x3\_7 <= 30;

x1\_8 + x2\_8 + x3\_8 <= 30;

x1\_9 + x2\_9 + x3\_9 <= 30;

x1\_10 + x2\_10 + x3\_10 <= 30;

x1\_11 + x2\_11 + x3\_11 <= 30;

x1\_12 + x2\_12 + x3\_12 <= 30;

/\* Quantidade máxima de sumo armazenada por período é menor ou igual que 40 \*/

s1\_1 + s2\_1 + s3\_1 <= 40;

s1\_2 + s2\_2 + s3\_2 <= 40;

s1\_3 + s2\_3 + s3\_3 <= 40;

s1\_4 + s2\_4 + s3\_4 <= 40;

s1\_5 + s2\_5 + s3\_5 <= 40;

s1\_6 + s2\_6 + s3\_6 <= 40;

s1\_7 + s2\_7 + s3\_7 <= 40;

s1\_8 + s2\_8 + s3\_8 <= 40;

s1\_9 + s2\_9 + s3\_9 <= 40;

s1\_10 + s2\_10 + s3\_10 <= 40;

s1\_11 + s2\_11 + s3\_11 <= 40;

s1\_12 + s2\_12 + s3\_12 <= 40;

/\* Quantidade máxima de concentrado armazenada por período é menor ou igual que 30 \*/

a1\_1 + a2\_1 + a3\_1 <= 30;

a1\_2 + a2\_2 + a3\_2 <= 30;

a1\_3 + a2\_3 + a3\_3 <= 30;

a1\_4 + a2\_4 + a3\_4 <= 30;

a1\_5 + a2\_5 + a3\_5 <= 30;

a1\_6 + a2\_6 + a3\_6 <= 30;

a1\_7 + a2\_7 + a3\_7 <= 30;

a1\_8 + a2\_8 + a3\_8 <= 30;

a1\_9 + a2\_9 + a3\_9 <= 30;

a1\_10 + a2\_10 + a3\_10 <= 30;

a1\_11 + a2\_11 + a3\_11 <= 30;

a1\_12 + a2\_12 + a3\_12 <= 30;

/\* Quantidade de sumo armazenada por período corresponde à soma da quantidade produzida com a quantidade armazenada do período anterior menos as quantidades que deviam ter sido entregues no mês anterior quer com penalização de 1U.M. ou de 10U.M. menos a quantidade pedida pelo cliente em janeiro mais a quantidade que devia ter sido entregue em janeiro, mas que vai ser entregue em fevereiro com penalização de 1U.M., mais a quantidade que devia ter sido entregue em janeiro, mas que vai ser entregue em fevereiro com penalização de 10U.M. \*/

s1\_2 = 20 + x1\_1 - e1\_12 - f1\_12 - 9 + e1\_1 + f1\_1;

s1\_3 = s1\_2 + x1\_2 - e1\_1 - f1\_1 - 9 + e1\_2 + f1\_2;

s1\_4 = s1\_3 + x1\_3 - e1\_2 - f1\_2 - 9 + e1\_3 + f1\_3;

s1\_5 = s1\_4 + x1\_4 - e1\_3 - f1\_3 - 12 + e1\_4 + f1\_4;

s1\_6 = s1\_5 + x1\_5 - e1\_4 - f1\_4 - 16 + e1\_5 + f1\_5;

s1\_7 = s1\_6 + x1\_6 - e1\_5 - f1\_5 - 17 + e1\_6 + f1\_6;

s1\_8 = s1\_7 + x1\_7 - e1\_6 - f1\_6 - 19 + e1\_7 + f1\_7;

s1\_9 = s1\_8 + x1\_8 - e1\_7 - f1\_7 - 19 + e1\_8 + f1\_8;

s1\_10 = s1\_9 + x1\_9 - e1\_8 - f1\_8 - 16 + e1\_9 + f1\_9;

s1\_11 = s1\_10 + x1\_10 - e1\_9 - f1\_9 - 12 + e1\_10 + f1\_10;

s1\_12 = s1\_11 + x1\_11 - e1\_10 - f1\_10 - 10 + e1\_11 + f1\_11;

20 = s1\_12 + x1\_12 - e1\_11 - f1\_11 - 9 + e1\_12 + f1\_12;

s2\_2 = 10 + x2\_1 - e2\_12 - f2\_12 - 5 + e2\_1 + f2\_1;

s2\_3 = s2\_2 + x2\_2 - e2\_1 - f2\_1 - 5 + e2\_2 + f2\_2;

s2\_4 = s2\_3 + x2\_3 - e2\_2 - f2\_2 - 5 + e2\_3 + f2\_3;

s2\_5 = s2\_4 + x2\_4 - e2\_3 - f2\_3 - 6 + e2\_4 + f2\_4;

s2\_6 = s2\_5 + x2\_5 - e2\_4 - f2\_4 - 8 + e2\_5 + f2\_5;

s2\_7 = s2\_6 + x2\_6 - e2\_5 - f2\_5 - 9 + e2\_6 + f2\_6;

s2\_8 = s2\_7 + x2\_7 - e2\_6 - f2\_6 - 10 + e2\_7 + f2\_7;

s2\_9 = s2\_8 + x2\_8 - e2\_7 - f2\_7 - 10 + e2\_8 + f2\_8;

s2\_10 = s2\_9 + x2\_9 - e2\_8 - f2\_8 - 8 + e2\_9 + f2\_9;

s2\_11 = s2\_10 + x2\_10 - e2\_9 - f2\_9 - 6 + e2\_10 + f2\_10;

s2\_12 = s2\_11 + x2\_11 - e2\_10 - f2\_10 - 5 + e2\_11 + f2\_11;

10 = s2\_12 + x2\_12 - e2\_11 - f2\_11 - 5 + e2\_12 + f2\_12;

s3\_2 = 10 + x3\_1 - e3\_12 - f3\_12 - 4 + e3\_1 + f3\_1;

s3\_3 = s3\_2 + x3\_2 - e3\_1 - f3\_1 - 4 + e3\_2 + f3\_2;

s3\_4 = s3\_3 + x3\_3 - e3\_2 - f3\_2 - 4 + e3\_3 + f3\_3;

s3\_5 = s3\_4 + x3\_4 - e3\_3 - f3\_3 - 5 + e3\_4 + f3\_4;

s3\_6 = s3\_5 + x3\_5 - e3\_4 - f3\_4 - 6 + e3\_5 + f3\_5;

s3\_7 = s3\_6 + x3\_6 - e3\_5 - f3\_5 - 7 + e3\_6 + f3\_6;

s3\_8 = s3\_7 + x3\_7 - e3\_6 - f3\_6 - 8 + e3\_7 + f3\_7;

s3\_9 = s3\_8 + x3\_8 - e3\_7 - f3\_7 - 8 + e3\_8 + f3\_8;

s3\_10 = s3\_9 + x3\_9 - e3\_8 - f3\_8 - 6 + e3\_9 + f3\_9;

s3\_11 = s3\_10 + x3\_10 - e3\_9 - f3\_9 - 5 + e3\_10 + f3\_10;

s3\_12 = s3\_11 + x3\_11 - e3\_10 - f3\_10 - 4 + e3\_11 + f3\_11;

10 = s3\_12 + x3\_12 - e3\_11 - f3\_11 - 4 + e3\_12 + f3\_12;

/\* Quantidade de concentrado armazenada por período corresponde à soma da quantidade comprada com a quantidade armazenada do período anterior menos a quantidade de sumo produzida \*/

c1\_1 + 16 - x1\_1 = a1\_2;

c1\_2 + a1\_2 - x1\_2 = a1\_3;

c1\_3 + a1\_3 - x1\_3 = a1\_4;

c1\_4 + a1\_4 - x1\_4 = a1\_5;

c1\_5 + a1\_5 - x1\_5 = a1\_6;

c1\_6 + a1\_6 - x1\_6 = a1\_7;

c1\_7 + a1\_7 - x1\_7 = a1\_8;

c1\_8 + a1\_8 - x1\_8 = a1\_9;

c1\_9 + a1\_9 - x1\_9 = a1\_10;

c1\_10 + a1\_10 - x1\_10 = a1\_11;

c1\_11 + a1\_11 - x1\_11 = a1\_12;

c1\_12 + a1\_12 - x1\_12 = 16;

c2\_1 + 8 - x2\_1 = a2\_2;

c2\_2 + a2\_2 - x2\_2 = a2\_3;

c2\_3 + a2\_3 - x2\_3 = a2\_4;

c2\_4 + a2\_4 - x2\_4 = a2\_5;

c2\_5 + a2\_5 - x2\_5 = a2\_6;

c2\_6 + a2\_6 - x2\_6 = a2\_7;

c2\_7 + a2\_7 - x2\_7 = a2\_8;

c2\_8 + a2\_8 - x2\_8 = a2\_9;

c2\_9 + a2\_9 - x2\_9 = a2\_10;

c2\_10 + a2\_10 - x2\_10 = a2\_11;

c2\_11 + a2\_11 - x2\_11 = a2\_12;

c2\_12 + a2\_12 - x2\_12 = 8;

c3\_1 + 6 - x3\_1 = a3\_2;

c3\_2 + a3\_2 - x3\_2 = a3\_3;

c3\_3 + a3\_3 - x3\_3 = a3\_4;

c3\_4 + a3\_4 - x3\_4 = a3\_5;

c3\_5 + a3\_5 - x3\_5 = a3\_6;

c3\_6 + a3\_6 - x3\_6 = a3\_7;

c3\_7 + a3\_7 - x3\_7 = a3\_8;

c3\_8 + a3\_8 - x3\_8 = a3\_9;

c3\_9 + a3\_9 - x3\_9 = a3\_10;

c3\_10 + a3\_10 - x3\_10 = a3\_11;

c3\_11 + a3\_11 - x3\_11 = a3\_12;

c3\_12 + a3\_12 - x3\_12 = 6;

/\* Restrições para unidades entregues em atraso (não se pode entregar mais que uma unidade em atraso com penalidade 1 por mês) \*/

e1\_1 + e2\_1 + e3\_1 <= 1;

e1\_2 + e2\_2 + e3\_2 <= 1;

e1\_3 + e2\_3 + e3\_3 <= 1;

e1\_4 + e2\_4 + e3\_4 <= 1;

e1\_5 + e2\_5 + e3\_5 <= 1;

e1\_6 + e2\_6 + e3\_6 <= 1;

e1\_7 + e2\_7 + e3\_7 <= 1;

e1\_8 + e2\_8 + e3\_8 <= 1;

e1\_9 + e2\_9 + e3\_9 <= 1;

e1\_10 + e2\_10 + e3\_10 <= 1;

e1\_11 + e2\_11 + e3\_11 <= 1;

e1\_12 + e2\_12 + e3\_12 <= 1;

/\* Restrições para que as quantidades em atraso sejam satisfeitas (quantidade produzida mais a quantidade em stock tem de ser maior ou igual que as entregas em atraso do mês anterior) \*/

x1\_1 + s1\_1 >= e1\_12 + f1\_12;

x1\_2 + s1\_2 >= e1\_1 + f1\_1;

x1\_3 + s1\_3 >= e1\_2 + f1\_2;

x1\_4 + s1\_4 >= e1\_3 + f1\_3;

x1\_5 + s1\_5 >= e1\_4 + f1\_4;

x1\_6 + s1\_6 >= e1\_5 + f1\_5;

x1\_7 + s1\_7 >= e1\_6 + f1\_6;

x1\_8 + s1\_8 >= e1\_7 + f1\_7;

x1\_9 + s1\_9 >= e1\_8 + f1\_8;

x1\_10 + s1\_10 >= e1\_9 + f1\_9;

x1\_11 + s1\_11 >= e1\_10 + f1\_10;

x1\_12 + s1\_12 >= e1\_11 + f1\_11;

x2\_1 + s2\_1 >= e2\_12 + f2\_12;

x2\_2 + s2\_2 >= e2\_1 + f2\_1;

x2\_3 + s2\_3 >= e2\_2 + f2\_2;

x2\_4 + s2\_4 >= e2\_3 + f2\_3;

x2\_5 + s2\_5 >= e2\_4 + f2\_4;

x2\_6 + s2\_6 >= e2\_5 + f2\_5;

x2\_7 + s2\_7 >= e2\_6 + f2\_6;

x2\_8 + s2\_8 >= e2\_7 + f2\_7;

x2\_9 + s2\_9 >= e2\_8 + f2\_8;

x2\_10 + s2\_10 >= e2\_9 + f2\_9;

x2\_11 + s2\_11 >= e2\_10 + f2\_10;

x2\_12 + s2\_12 >= e2\_11 + f2\_11;

x3\_1 + s3\_1 >= e3\_12 + f3\_12;

x3\_2 + s3\_2 >= e3\_1 + f3\_1;

x3\_3 + s3\_3 >= e3\_2 + f3\_2;

x3\_4 + s3\_4 >= e3\_3 + f3\_3;

x3\_5 + s3\_5 >= e3\_4 + f3\_4;

x3\_6 + s3\_6 >= e3\_5 + f3\_5;

x3\_7 + s3\_7 >= e3\_6 + f3\_6;

x3\_8 + s3\_8 >= e3\_7 + f3\_7;

x3\_9 + s3\_9 >= e3\_8 + f3\_8;

x3\_10 + s3\_10 >= e3\_9 + f3\_9;

x3\_11 + s3\_11 >= e3\_10 + f3\_10;

x3\_12 + s3\_12 >= e3\_11 + f3\_11;

/\* Quantidades entregues em atraso têm de ser menores ou iguais que a quantidade procurada \*/

e1\_1 + f1\_1 <= 9;

e1\_2 + f1\_2 <= 9;

e1\_3 + f1\_3 <= 9;

e1\_4 + f1\_4 <= 12;

e1\_5 + f1\_5 <= 16;

e1\_6 + f1\_6 <= 17;

e1\_7 + f1\_7 <= 19;

e1\_8 + f1\_8 <= 19;

e1\_9 + f1\_9 <= 16;

e1\_10 + f1\_10 <= 12;

e1\_11 + f1\_11 <= 10;

e1\_12 + f1\_12 <= 9;

e2\_1 + f2\_1 <= 5;

e2\_2 + f2\_2 <= 5;

e2\_3 + f2\_3 <= 5;

e2\_4 + f2\_4 <= 6;

e2\_5 + f2\_5 <= 8;

e2\_6 + f2\_6 <= 9;

e2\_7 + f2\_7 <= 10;

e2\_8 + f2\_8 <= 10;

e2\_9 + f2\_9 <= 8;

e2\_10 + f2\_10 <= 6;

e2\_11 + f2\_11 <= 5;

e2\_12 + f2\_12 <= 5;

e3\_1 + f3\_1 <= 4;

e3\_2 + f3\_2 <= 4;

e3\_3 + f3\_3 <= 4;

e3\_4 + f3\_4 <= 5;

e3\_5 + f3\_5 <= 6;

e3\_6 + f3\_6 <= 7;

e3\_7 + f3\_7 <= 8;

e3\_8 + f3\_8 <= 8;

e3\_9 + f3\_9 <= 6;

e3\_10 + f3\_10 <= 5;

e3\_11 + f3\_11 <= 4;

e3\_12 + f3\_12 <= 4;

/\* A quantidade pedida pelo cliente menos uma unidade multiplicada pelo número de entregas em atraso com penalidade de 1U.M. (quantidade será 0 ou 1) será maior ou igual que as entregas em atraso com penalidade de 10U.M. (a existir serão 1 ou mais). Com esta restrição fazemos com que só hajam entregas em atraso de penalidade 10 quando existirem entregas em atraso de penalidade 1, o que vai de encontro ao enunciado \*/

8 e1\_1 >= f1\_1;

8 e1\_2 >= f1\_2;

8 e1\_3 >= f1\_3;

11 e1\_4 >= f1\_4;

15 e1\_5 >= f1\_5;

16 e1\_6 >= f1\_6;

18 e1\_7 >= f1\_7;

18 e1\_8 >= f1\_8;

15 e1\_9 >= f1\_9;

11 e1\_10 >= f1\_10;

9 e1\_11 >= f1\_11;

8 e1\_12 >= f1\_12;

4 e2\_1 >= f2\_1;

4 e2\_2 >= f2\_2;

4 e2\_3 >= f2\_3;

5 e2\_4 >= f2\_4;

7 e2\_5 >= f2\_5;

8 e2\_6 >= f2\_6;

9 e2\_7 >= f2\_7;

9 e2\_8 >= f2\_8;

7 e2\_9 >= f2\_9;

5 e2\_10 >= f2\_10;

4 e2\_11 >= f2\_11;

4 e2\_12 >= f2\_12;

3 e3\_1 >= f3\_1;

3 e3\_2 >= f3\_2;

3 e3\_3 >= f3\_3;

4 e3\_4 >= f3\_4;

5 e3\_5 >= f3\_5;

6 e3\_6 >= f3\_6;

7 e3\_7 >= f3\_7;

7 e3\_8 >= f3\_8;

5 e3\_9 >= f3\_9;

4 e3\_10 >= f3\_10;

3 e3\_11 >= f3\_11;

3 e3\_12 >= f3\_12;

/\* Apenas se pode produzir um único tipo de sumo por mês \*/

y1\_1 + y2\_1 + y3\_1 = 1;

y1\_2 + y2\_2 + y3\_2 = 1;

y1\_3 + y2\_3 + y3\_3 = 1;

y1\_4 + y2\_4 + y3\_4 = 1;

y1\_5 + y2\_5 + y3\_5 = 1;

y1\_6 + y2\_6 + y3\_6 = 1;

y1\_7 + y2\_7 + y3\_7 = 1;

y1\_8 + y2\_8 + y3\_8 = 1;

y1\_9 + y2\_9 + y3\_9 = 1;

y1\_10 + y2\_10 + y3\_10 = 1;

y1\_11 + y2\_11 + y3\_11 = 1;

y1\_12 + y2\_12 + y3\_12 = 1;

/\* A quantidade produzida estará dentro de um valor aceitável caso haja produção ou será 0 caso não haja produção \*/

x1\_1 <= 1000 y1\_1;

x1\_2 <= 1000 y1\_2;

x1\_3 <= 1000 y1\_3;

x1\_4 <= 1000 y1\_4;

x1\_5 <= 1000 y1\_5;

x1\_6 <= 1000 y1\_6;

x1\_7 <= 1000 y1\_7;

x1\_8 <= 1000 y1\_8;

x1\_9 <= 1000 y1\_9;

x1\_10 <= 1000 y1\_10;

x1\_11 <= 1000 y1\_11;

x1\_12 <= 1000 y1\_12;

x2\_1 <= 1000 y2\_1;

x2\_2 <= 1000 y2\_2;

x2\_3 <= 1000 y2\_3;

x2\_4 <= 1000 y2\_4;

x2\_5 <= 1000 y2\_5;

x2\_6 <= 1000 y2\_6;

x2\_7 <= 1000 y2\_7;

x2\_8 <= 1000 y2\_8;

x2\_9 <= 1000 y2\_9;

x2\_10 <= 1000 y2\_10;

x2\_11 <= 1000 y2\_11;

x2\_12 <= 1000 y2\_12;

x3\_1 <= 1000 y3\_1;

x3\_2 <= 1000 y3\_2;

x3\_3 <= 1000 y3\_3;

x3\_4 <= 1000 y3\_4;

x3\_5 <= 1000 y3\_5;

x3\_6 <= 1000 y3\_6;

x3\_7 <= 1000 y3\_7;

x3\_8 <= 1000 y3\_8;

x3\_9 <= 1000 y3\_9;

x3\_10 <= 1000 y3\_10;

x3\_11 <= 1000 y3\_11;

x3\_12 <= 1000 y3\_12;

/\* A quantidade produzida estará dentro de um valor aceitável caso haja produção ou será 0 caso não haja produção. De acordo com o enunciado, existe uma perda na capacidade de produção de um período para o seguinte se existir uma mudança no tipo de sumo produzido, sendo essa perda de 1 U.E., pois em caso de mudança, a linha para um dia. No mês de dezembro do ano transato, houve produção de pêra, daí ter valor 30 a produção no mês de janeiro caso seja de pêra \*/

x1\_1 <= 29 y1\_1;

x1\_2 <= 28 y1\_2 + 1-1\*y2\_1 + 1-1\*y3\_1;

x1\_3 <= 28 y1\_3 + 1-1\*y2\_2 + 1-1\*y3\_2;

x1\_4 <= 28 y1\_4 + 1-1\*y2\_3 + 1-1\*y3\_3;

x1\_5 <= 28 y1\_5 + 1-1\*y2\_4 + 1-1\*y3\_4;

x1\_6 <= 28 y1\_6 + 1-1\*y2\_5 + 1-1\*y3\_5;

x1\_7 <= 28 y1\_7 + 1-1\*y2\_6 + 1-1\*y3\_6;

x1\_8 <= 28 y1\_8 + 1-1\*y2\_7 + 1-1\*y3\_7;

x1\_9 <= 28 y1\_9 + 1-1\*y2\_8 + 1-1\*y3\_8;

x1\_10 <= 28 y1\_10 + 1-1\*y2\_9 + 1-1\*y3\_9;

x1\_11 <= 28 y1\_11 + 1-1\*y2\_10 + 1-1\*y3\_10;

x1\_12 <= 28 y1\_12 + 1-1\*y2\_11 + 1-1\*y3\_11;

x2\_1 <= 29 y2\_1;

x2\_2 <= 28 y2\_2 + 1-1\*y1\_1 + 1-1\*y3\_1;

x2\_3 <= 28 y2\_3 + 1-1\*y1\_2 + 1-1\*y3\_2;

x2\_4 <= 28 y2\_4 + 1-1\*y1\_3 + 1-1\*y3\_3;

x2\_5 <= 28 y2\_5 + 1-1\*y1\_4 + 1-1\*y3\_4;

x2\_6 <= 28 y2\_6 + 1-1\*y1\_5 + 1-1\*y3\_5;

x2\_7 <= 28 y2\_7 + 1-1\*y1\_6 + 1-1\*y3\_6;

x2\_8 <= 28 y2\_8 + 1-1\*y1\_7 + 1-1\*y3\_7;

x2\_9 <= 28 y2\_9 + 1-1\*y1\_8 + 1-1\*y3\_8;

x2\_10 <= 28 y2\_10 + 1-1\*y1\_9 + 1-1\*y3\_9;

x2\_11 <= 28 y2\_11 + 1-1\*y1\_10 + 1-1\*y3\_10;

x2\_12 <= 28 y2\_12 + 1-1\*y1\_11 + 1-1\*y3\_11;

x3\_1 <= 30 y3\_1;

x3\_2 <= 28 y3\_2 + 1-1\*y1\_1 + 1-1\*y2\_1;

x3\_3 <= 28 y3\_3 + 1-1\*y1\_2 + 1-1\*y2\_2;

x3\_4 <= 28 y3\_4 + 1-1\*y1\_3 + 1-1\*y2\_3;

x3\_5 <= 28 y3\_5 + 1-1\*y1\_4 + 1-1\*y2\_4;

x3\_6 <= 28 y3\_6 + 1-1\*y1\_5 + 1-1\*y2\_5;

x3\_7 <= 28 y3\_7 + 1-1\*y1\_6 + 1-1\*y2\_6;

x3\_8 <= 28 y3\_8 + 1-1\*y1\_7 + 1-1\*y2\_7;

x3\_9 <= 28 y3\_9 + 1-1\*y1\_8 + 1-1\*y2\_8;

x3\_10 <= 28 y3\_10 + 1-1\*y1\_9 + 1-1\*y2\_9;

x3\_11 <= 28 y3\_11 + 1-1\*y1\_10 + 1-1\*y2\_10;

x3\_12 <= 28 y3\_12 + 1-1\*y1\_11 + 1-1\*y2\_11;

/\* Restrições para identificar se há mudança de tipo de sumo produzido \*/

y1\_1 - y1\_2 <= z1;

y2\_1 - y2\_2 <= z1;

y3\_1 - y3\_2 <= z1;

y1\_2 - y1\_3 <= z2;

y2\_2 - y2\_3 <= z2;

y3\_2 - y3\_3 <= z2;

y1\_3 - y1\_4 <= z3;

y2\_3 - y2\_4 <= z3;

y3\_3 - y3\_4 <= z3;

y1\_4 - y1\_5 <= z4;

y2\_4 - y2\_5 <= z4;

y3\_4 - y3\_5 <= z4;

y1\_5 - y1\_6 <= z5;

y2\_5 - y2\_6 <= z5;

y3\_5 - y3\_6 <= z5;

y1\_6 - y1\_7 <= z6;

y2\_6 - y2\_7 <= z6;

y3\_6 - y3\_7 <= z6;

y1\_7 - y1\_8 <= z7;

y2\_7 - y2\_8 <= z7;

y3\_7 - y3\_8 <= z7;

y1\_8 - y1\_9 <= z8;

y2\_8 - y2\_9 <= z8;

y3\_8 - y3\_9 <= z8;

y1\_9 - y1\_10 <= z9;

y2\_9 - y2\_10 <= z9;

y3\_9 - y3\_10 <= z9;

y1\_10 - y1\_11 <= z10;

y2\_10 - y2\_11 <= z10;

y3\_10 - y3\_11 <= z10;

y1\_11 - y1\_12 <= z11;

y2\_11 - y2\_12 <= z11;

y3\_11 - y3\_12 <= z11;

/\* Custos Totais \*/

/\* Custos Concentrado \*/

CusC = 180\*c1\_1 + 200\*c1\_2 + 180\*c1\_3 + 200\*c1\_4 + 180\*c1\_5 + 200\*c1\_6 + 180\*c1\_7 + 200\*c1\_8 + 180\*c1\_9 + 200\*c1\_10 + 180\*c1\_11 + 200\*c1\_12 + 231c2\_1 + 199c2\_2 + 187c2\_3 + 198c2\_4 + 210c2\_5 + 208c2\_6 + 211c2\_7 + 220c2\_8 + 217c2\_9 + 216c2\_10 + 221c2\_11 + 217c2\_12 + 116c3\_1 + 116c3\_2 + 124c3\_3 + 120c3\_4 + 132c3\_5 + 128c3\_6 + 136c3\_7 + 116c3\_8 + 120c3\_9 + 108c3\_10 + 100c3\_11 + 116c3\_12;

/\* Custos Sumos \*/

CusS = 10\*x1\_1 + 10\*x2\_1 + 10\*x3\_1 + 10\*x1\_2 + 10\*x2\_2 + 10\*x3\_2 + 10\*x1\_3 + 10\*x2\_3 + 10\*x3\_3 + 10\*x1\_4 + 10\*x2\_4 + 10\*x3\_4 + 10\*x1\_5 + 10\*x2\_5 + 10\*x3\_5 + 10\*x1\_6 + 10\*x2\_6 + 10\*x3\_6 + 10\*x1\_7 + 10\*x2\_7 + 10\*x3\_7 + 12\*x1\_8 + 12\*x2\_8 + 12\*x3\_8 + 10\*x1\_9 + 10\*x2\_9 + 10\*x3\_9 + 10\*x1\_10 + 10\*x2\_10 + 10\*x3\_10 + 10\*x1\_11 + 10\*x2\_11 + 10\*x3\_11 + 10\*x1\_12 + 10\*x2\_12 + 10\*x3\_12;

/\* Custo do Stock de Sumos \*/

CusStS = 3\*s1\_1 + 3\*s1\_2 + 3\*s1\_3 + 3\*s1\_4 + 3\*s1\_5 + 3\*s1\_6 + 3\*s1\_7 + 3\*s1\_8 + 3\*s1\_9 + 3\*s1\_10 + 3\*s1\_11 + 3\*s1\_12 + 3\*s2\_1 + 3\*s2\_2 + 3\*s2\_3 + 3\*s2\_4 + 3\*s2\_5 + 3\*s2\_6 + 3\*s2\_7 + 3\*s2\_8 + 3\*s2\_9 + 3\*s2\_10 + 3\*s2\_11 + 3\*s2\_12 + 3\*s3\_1 + 3\*s3\_2 + 3\*s3\_3 + 3\*s3\_4 + 3\*s3\_5 + 3\*s3\_6 + 3\*s3\_7 + 3\*s3\_8 + 3\*s3\_9 + 3\*s3\_10 + 3\*s3\_11 + 3\*s3\_12;

/\* Custo do Stock de Concentrados \*/

CusStC = 1\*a1\_1 + 1\*a1\_2 + 1\*a1\_3 + 1\*a1\_4 + 1\*a1\_5 + 1\*a1\_6 + 1\*a1\_7 + 1\*a1\_8 + 1\*a1\_9 + 1\*a1\_10 + 1\*a1\_11 + 1\*a1\_12 + 1\*a2\_1 + 1\*a2\_2 + 1\*a2\_3 + 1\*a2\_4 + 1\*a2\_5 + 1\*a2\_6 + 1\*a2\_7 + 1\*a2\_8 + 1\*a2\_9 + 1\*a2\_10 + 1\*a2\_11 + 1\*a2\_12 + 1\*a3\_1 + 1\*a3\_2 + 1\*a3\_3 + 1\*a3\_4 + 1\*a3\_5 + 1\*a3\_6 + 1\*a3\_7 + 1\*a3\_8 + 1\*a3\_9 + 1\*a3\_10 + 1\*a3\_11 + 1\*a3\_12;

/\* Custo das unidades entregues com penalização de 1 \*/

CusE1 = 1\*e1\_1 + 1\*e1\_2 + 1\*e1\_3 + 1\*e1\_4 + 1\*e1\_5 + 1\*e1\_6 + 1\*e1\_7 + 1\*e1\_8 + 1\*e1\_9 + 1\*e1\_10 + 1\*e1\_11 + 1\*e1\_12 + 1\*e2\_1 + 1\*e2\_2 + 1\*e2\_3 + 1\*e2\_4 + 1\*e2\_5 + 1\*e2\_6 + 1\*e2\_7 + 1\*e2\_8 + 1\*e2\_9 + 1\*e2\_10 + 1\*e2\_11 + 1\*e2\_12 + 1\*e3\_1 + 1\*e3\_2 + 1\*e3\_3 + 1\*e3\_4 + 1\*e3\_5 + 1\*e3\_6 + 1\*e3\_7 + 1\*e3\_8 + 1\*e3\_9 + 1\*e3\_10 + 1\*e3\_11 + 1\*e3\_12;

/\* Custo das unidades entregues com penalização de 10 \*/

CusE10 = 10\*f1\_1 + 10\*f1\_2 + 10\*f1\_3 + 10\*f1\_4 + 10\*f1\_5 + 10\*f1\_6 + 10\*f1\_7 + 10\*f1\_8 + 10\*f1\_9 + 10\*f1\_10 + 10\*f1\_11 + 10\*f1\_12 + 10\*f2\_1 + 10\*f2\_2 + 10\*f2\_3 + 10\*f2\_4 + 10\*f2\_5 + 10\*f2\_6 + 10\*f2\_7 + 10\*f2\_8 + 10\*f2\_9 + 10\*f2\_10 + 10\*f2\_11 + 10\*f2\_12 + 10\*f3\_1 + 10\*f3\_2 + 10\*f3\_3 + 10\*f3\_4 + 10\*f3\_5 + 10\*f3\_6 + 10\*f3\_7 + 10\*f3\_8 + 10\*f3\_9 + 10\*f3\_10 + 10\*f3\_11 + 10\*f3\_12;

/\* Custo de mudança do tipo de sumo produzido \*/

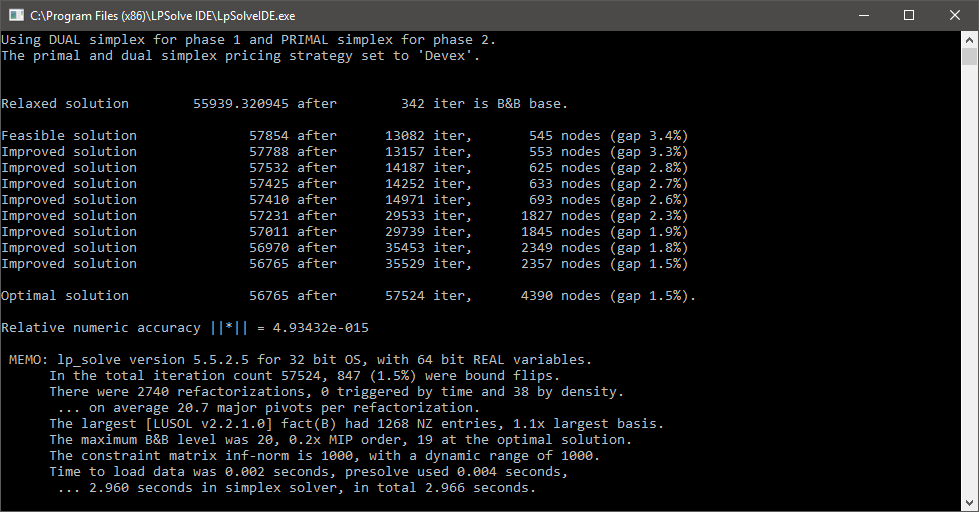
CusMud = 10\*z1 + 10\*z2+ 10\*z3 + 10\*z4 + 10\*z5 + 10\*z6 + 10\*z7 + 10\*z8 + 10\*z9 + 10\*z10 + 10\*z11;

/\* Variáveis binárias yi\_j em que i é o tipo de sumo e j é o mês. Tomam valor 1 ou 0 consoante haja ou não produção de um determinado sumo i no mês j \*/

bin y1\_1, y1\_2, y1\_3, y1\_4, y1\_5, y1\_6, y1\_7, y1\_8, y1\_9, y1\_10, y1\_11, y1\_12, y2\_1, y2\_2, y2\_3, y2\_4, y2\_5, y2\_6, y2\_7, y2\_8, y2\_9, y2\_10, y2\_11, y2\_12, y3\_1, y3\_2, y3\_3, y3\_4, y3\_5, y3\_6, y3\_7, y3\_8, y3\_9, y3\_10, y3\_11, y3\_12;

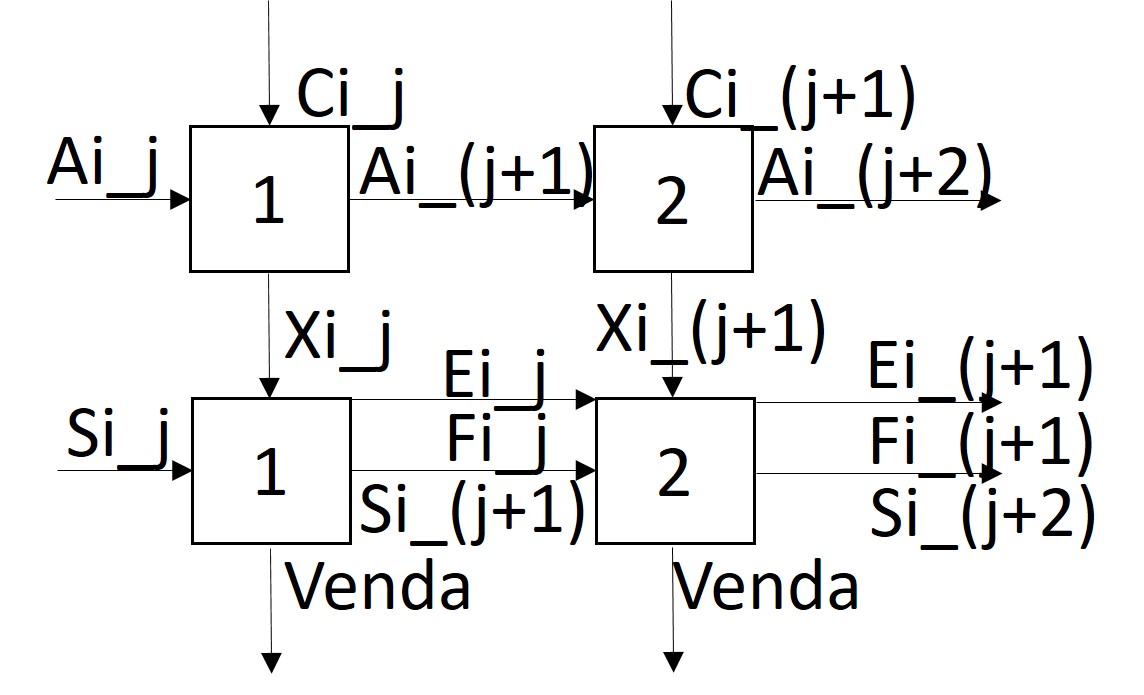
/\* Variável binária zj para quando há mudança no tipo de sumo produzido, em que j representa o mês da mudança \*/

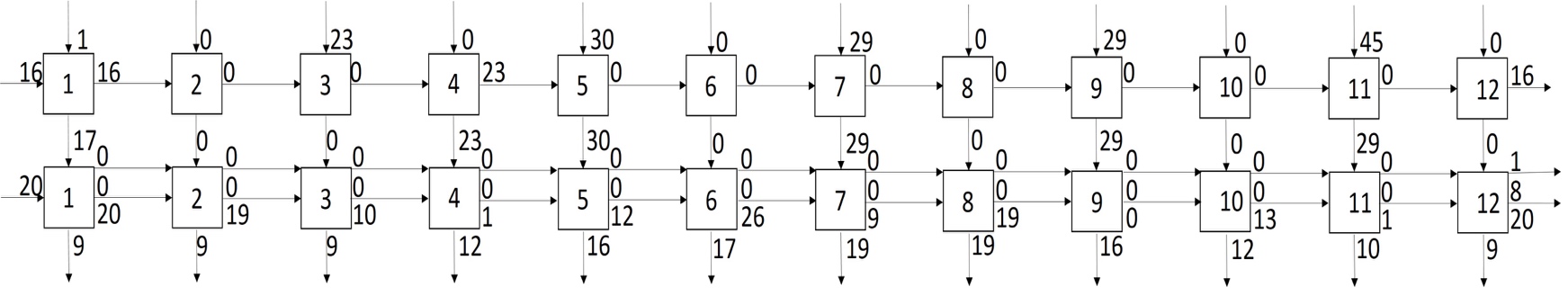
bin z1, z2, z3, z4, z5, z6, z7, z8, z9, z10, z11;

**3 - Ficheiro de *output*:**

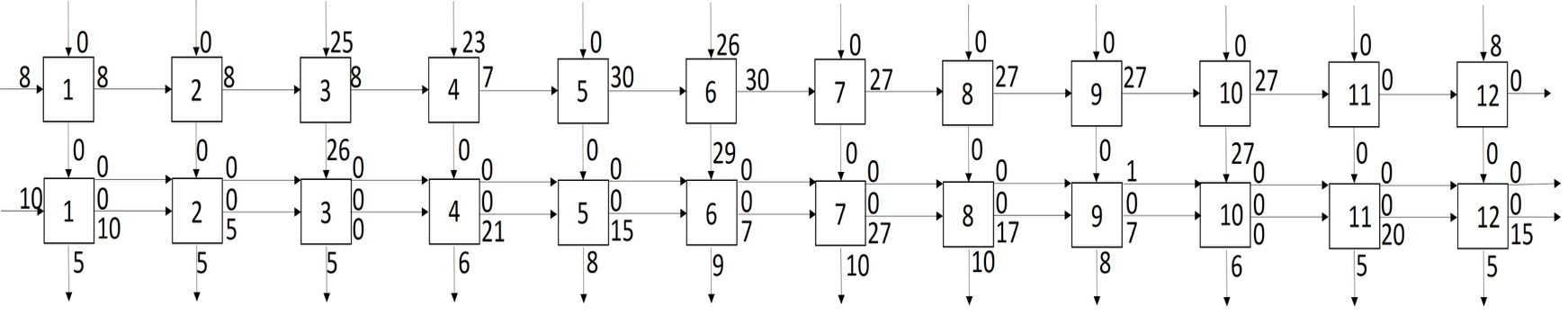
|  |  |
| --- | --- |
| **Variables** | **result** |
|  | 56765 |
| CusC | 51949 |
| CusS | 3094 |
| CusStS | 1158 |
| CusStC | 280 |
| CusE1 | 4 |
| CusE10 | 180 |
| CusMud | 100 |
| s1\_1 | 20 |
| s2\_1 | 10 |
| s3\_1 | 10 |
| a1\_1 | 16 |
| a2\_1 | 8 |
| a3\_1 | 6 |
| x1\_1 | 17 |
| x2\_1 | 0 |
| x3\_1 | 0 |
| x1\_2 | 0 |
| x2\_2 | 0 |
| x3\_2 | 20 |
| x1\_3 | 0 |
| x2\_3 | 26 |
| x3\_3 | 0 |
| x1\_4 | 23 |
| x2\_4 | 0 |
| x3\_4 | 0 |
| x1\_5 | 30 |
| x2\_5 | 0 |
| x3\_5 | 0 |
| x1\_6 | 0 |
| x2\_6 | 29 |
| x3\_6 | 0 |
| x1\_7 | 29 |
| x2\_7 | 0 |
| x3\_7 | 0 |
| x1\_8 | 0 |
| x2\_8 | 0 |
| x3\_8 | 27 |
| x1\_9 | 29 |
| x2\_9 | 0 |
| x3\_9 | 0 |
| x1\_10 | 0 |
| x2\_10 | 27 |
| x3\_10 | 0 |
| x1\_11 | 29 |
| x2\_11 | 0 |
| x3\_11 | 0 |
| x1\_12 | 0 |
| x2\_12 | 0 |
| x3\_12 | 18 |
| s1\_2 | 19 |
| s2\_2 | 5 |
| s3\_2 | 6 |
| s1\_3 | 10 |
| s2\_3 | 0 |
| s3\_3 | 22 |
| s1\_4 | 0,999999999999996 |
| s2\_4 | 21 |
| s3\_4 | 18 |
| s1\_5 | 12 |
| s2\_5 | 15 |
| s3\_5 | 13 |
| s1\_6 | 26 |
| s2\_6 | 7,00000000000001 |
| s3\_6 | 7 |
| s1\_7 | 9 |
| s2\_7 | 27 |
| s3\_7 | 0 |
| s1\_8 | 19 |
| s2\_8 | 17 |
| s3\_8 | 0 |
| s1\_9 | 0 |
| s2\_9 | 7 |
| s3\_9 | 11 |
| s1\_10 | 13 |
| s2\_10 | 0 |
| s3\_10 | 5 |
| s1\_11 | 1,00000000000001 |
| s2\_11 | 20 |
| s3\_11 | 0 |
| s1\_12 | 20 |
| s2\_12 | 15 |
| s3\_12 | 0 |
| a1\_2 | 0 |
| a2\_2 | 8 |
| a3\_2 | 6 |
| a1\_3 | 0 |
| a2\_3 | 8 |
| a3\_3 | 0 |
| a1\_4 | 23 |
| a2\_4 | 7,00000000000001 |
| a3\_4 | 0 |
| a1\_5 | 0 |
| a2\_5 | 30 |
| a3\_5 | 0 |
| a1\_6 | 0 |
| a2\_6 | 30 |
| a3\_6 | 0 |
| a1\_7 | 0 |
| a2\_7 | 27 |
| a3\_7 | 0 |
| a1\_8 | 0 |
| a2\_8 | 27 |
| a3\_8 | 0 |
| a1\_9 | 0 |
| a2\_9 | 27 |
| a3\_9 | 0 |
| a1\_10 | 0 |
| a2\_10 | 27,0000000000001 |
| a3\_10 | 0 |
| a1\_11 | 0 |
| a2\_11 | 0 |
| a3\_11 | 0 |
| a1\_12 | 16 |
| a2\_12 | 0 |
| a3\_12 | 14 |
| e1\_12 | 1 |
| f1\_12 | 8 |
| e1\_1 | 0 |
| f1\_1 | 0 |
| e1\_2 | 0 |
| f1\_2 | 0 |
| e1\_3 | 0 |
| f1\_3 | 0 |
| e1\_4 | 0 |
| f1\_4 | 0 |
| e1\_5 | 0 |
| f1\_5 | 0 |
| e1\_6 | 0 |
| f1\_6 | 0 |
| e1\_7 | 0 |
| f1\_7 | 0 |
| e1\_8 | 0 |
| f1\_8 | 0 |
| e1\_9 | 0 |
| f1\_9 | 0 |
| e1\_10 | 0 |
| f1\_10 | 0 |
| e1\_11 | 0 |
| f1\_11 | 0 |
| e2\_12 | 0 |
| f2\_12 | 0 |
| e2\_1 | 0 |
| f2\_1 | 0 |
| e2\_2 | 0 |
| f2\_2 | 0 |
| e2\_3 | 0 |
| f2\_3 | 0 |
| e2\_4 | 0 |
| f2\_4 | 0 |
| e2\_5 | 0 |
| f2\_5 | 0 |
| e2\_6 | 0 |
| f2\_6 | 0 |
| e2\_7 | 0 |
| f2\_7 | 0 |
| e2\_8 | 0 |
| f2\_8 | 0 |
| e2\_9 | 1 |
| f2\_9 | 0 |
| e2\_10 | 0 |
| f2\_10 | 0 |
| e2\_11 | 0 |
| f2\_11 | 0 |
| e3\_12 | 0 |
| f3\_12 | 0 |
| e3\_1 | 0 |
| f3\_1 | 0 |
| e3\_2 | 0 |
| f3\_2 | 0 |
| e3\_3 | 0 |
| f3\_3 | 0 |
| e3\_4 | 0 |
| f3\_4 | 0 |
| e3\_5 | 0 |
| f3\_5 | 0 |
| e3\_6 | 0 |
| f3\_6 | 0 |
| e3\_7 | 1 |
| f3\_7 | 7 |
| e3\_8 | 0 |
| f3\_8 | 0 |
| e3\_9 | 0 |
| f3\_9 | 0 |
| e3\_10 | 0 |
| f3\_10 | 0 |
| e3\_11 | 1 |
| f3\_11 | 3 |
| c1\_1 | 0,999999999999991 |
| c1\_2 | 0 |
| c1\_3 | 23 |
| c1\_4 | 0 |
| c1\_5 | 30 |
| c1\_6 | 0 |
| c1\_7 | 29 |
| c1\_8 | 0 |
| c1\_9 | 29 |
| c1\_10 | 0 |
| c1\_11 | 45 |
| c1\_12 | 0 |
| c2\_1 | 0 |
| c2\_2 | 0 |
| c2\_3 | 25 |
| c2\_4 | 23 |
| c2\_5 | 0 |
| c2\_6 | 26 |
| c2\_7 | 0 |
| c2\_8 | 0 |
| c2\_9 | 0 |
| c2\_10 | 0 |
| c2\_11 | 0 |
| c2\_12 | 7,99999999999996 |
| c3\_1 | 0 |
| c3\_2 | 14 |
| c3\_3 | 0 |
| c3\_4 | 0 |
| c3\_5 | 0 |
| c3\_6 | 0 |
| c3\_7 | 0 |
| c3\_8 | 27 |
| c3\_9 | 0 |
| c3\_10 | 0 |
| c3\_11 | 14 |
| c3\_12 | 9,99999999999999 |
| y1\_1 | 1 |
| y2\_1 | 0 |
| y3\_1 | 0 |
| y1\_2 | 0 |
| y2\_2 | 0 |
| y3\_2 | 1 |
| y1\_3 | 0 |
| y2\_3 | 1 |
| y3\_3 | 0 |
| y1\_4 | 1 |
| y2\_4 | 0 |
| y3\_4 | 0 |
| y1\_5 | 1 |
| y2\_5 | 0 |
| y3\_5 | 0 |
| y1\_6 | 0 |
| y2\_6 | 1 |
| y3\_6 | 0 |
| y1\_7 | 1 |
| y2\_7 | 0 |
| y3\_7 | 0 |
| y1\_8 | 0 |
| y2\_8 | 0 |
| y3\_8 | 1 |
| y1\_9 | 1 |
| y2\_9 | 0 |
| y3\_9 | 0 |
| y1\_10 | 0 |
| y2\_10 | 1 |
| y3\_10 | 0 |
| y1\_11 | 1 |
| y2\_11 | 0 |
| y3\_11 | 0 |
| y1\_12 | 0 |
| y2\_12 | 0 |
| y3\_12 | 1 |
| z1 | 1 |
| z2 | 1 |
| z3 | 1 |
| z4 | 0 |
| z5 | 1 |
| z6 | 1 |
| z7 | 1 |
| z8 | 1 |
| z9 | 1 |
| z10 | 1 |
| z11 | 1 |

**4 - Plano de Produção:**

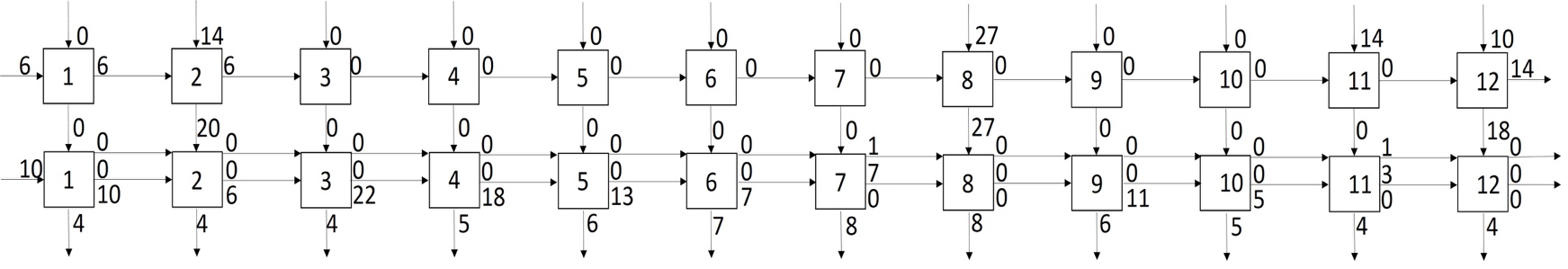
****

**Laranja:**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **JAN** | **FEV** | **MAR** | **ABR** | **MAI** | **JUN** | **JUL** | **AGO** | **SET** | **OUT** | **NOV** | **DEZ** |
| Quantidade a comprar  Concentrado | 1 | 0 | 23 | 0 | 30 | 0 | 29 | 0 | 29 | 0 | 45 | 0 |
| Quantidade a produzir  Sumo | 17 | 0 | 0 | 23 | 30 | 0 | 29 | 0 | 29 | 0 | 29 | 0 |
| Quantidade armazenar  Concentrado | 16 | 0 | 0 | 23 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 16 |
| Quantidade armazenar  Sumo | 20 | 19 | 10 | 1 | 12 | 26 | 9 | 19 | 0 | 13 | 1 | 20 |
| Quantidade sumo entregue penalidade 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| Quantidade sumo entregue penalidade 10 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 8 |
| Produção ou não de um determinado sumo | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| Mudança ou não do tipo de sumo | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |  |
| Venda | 9 | 9 | 9 | 12 | 16 | 17 | 19 | 19 | 16 | 12 | 10 | 9 |

**Maçã:**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **JAN** | **FEV** | **MAR** | **ABR** | **MAI** | **JUN** | **JUL** | **AGO** | **SET** | **OUT** | **NOV** | **DEZ** |
| Quantidade a comprar  Concentrado | 0 | 0 | 25 | 23 | 0 | 26 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 8 |
| Quantidade a produzir  Sumo | 0 | 0 | 26 | 0 | 0 | 29 | 0 | 0 | 0 | 27 | 0 | 0 |
| Quantidade armazenar  Concentrado | 8 | 8 | 8 | 7 | 30 | 30 | 27 | 27 | 27 | 27 | 0 | 0 |
| Quantidade armazenar  Sumo | 10 | 5 | 0 | 21 | 15 | 7 | 27 | 17 | 7 | 0 | 20 | 15 |
| Quantidade sumo entregue penalidade 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| Quantidade sumo entregue penalidade 10 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| Produção ou não de um determinado sumo | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| Mudança ou não do tipo de sumo | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |  |
| Venda | 5 | 5 | 5 | 6 | 8 | 9 | 10 | 10 | 8 | 6 | 5 | 5 |

**Pêra:**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **JAN** | **FEV** | **MAR** | **ABR** | **MAI** | **JUN** | **JUL** | **AGO** | **SET** | **OUT** | **NOV** | **DEZ** |
| Quantidade a comprar  Concentrado | 0 | 14 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 27 | 0 | 0 | 14 | 10 |
| Quantidade a produzir  Sumo | 0 | 20 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 27 | 0 | 0 | 0 | 18 |
| Quantidade armazenar  Concentrado | 6 | 6 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 14 |
| Quantidade armazenar  Sumo | 10 | 6 | 22 | 18 | 13 | 7 | 0 | 0 | 11 | 5 | 0 | 0 |
| Quantidade sumo entregue penalidade 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| Quantidade sumo entregue penalidade 10 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 7 | 0 | 0 | 0 | 3 | 0 |
| Produção ou não de um determinado sumo | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| Mudança ou não do tipo de sumo | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |  |
| Venda | 4 | 4 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 8 | 6 | 5 | 4 | 4 |

**5 – Verificar que é admissível, ou seja, que: i) há conservação de fluxo das quantidades em cada nó da rede, i.e., o fluxo que entra num nó é igual ao fluxo que sai do nó, ii) todas as restrições de capacidade são respeitadas. Mostrar que o custo da solução ótima está correto, calculando separadamente, para cada tipo de sumo, os custos do concentrado, os custos do sumo**, **os custos do *stock* de sumos**, **os custos do *stock* de concentrados, o custo das unidades entregues com penalização de 1**, **o custo das unidades entregues com penalização de 10, o custo de mudança do tipo de sumo produzido, e mostrando que a soma dos custos para os três produtos tem um valor igual ao da solução ótima.**

Para efetuar a verificação de que realmente existe conservação de fluxo em relação às quantidades que saem e entram iremos fazer uma análise fundamentada nos resultados obtidos no *LPSolve*.

**Análise dos concentrados:**

Concentrado de laranja;

c1\_1 + 16 - x1\_1 = a1\_2 ⇔ 1 + 16 – 17 = 0 ⇔ 0 = 0

c1\_2 + a1\_2 - x1\_2 = a1\_3 ⇔ 0 + 0 – 0 = 0 ⇔ 0 = 0

c1\_3 + a1\_3 - x1\_3 = a1\_4 ⇔ 23 + 0 – 0 =23 ⇔ 23 = 23

c1\_4 + a1\_4 - x1\_4 = a1\_5 ⇔ 0 + 23 – 23 = 0 ⇔ 0 = 0

c1\_5 + a1\_5 - x1\_5 = a1\_6 ⇔ 30 + 0 – 30 = 0 ⇔ 0 = 0

c1\_6 + a1\_6 - x1\_6 = a1\_7 ⇔ 0 + 0 – 0 = 0 ⇔ 0 = 0

c1\_7 + a1\_7 - x1\_7 = a1\_8 ⇔ 29 + 0 – 29 = 0 ⇔ 0 = 0

c1\_8 + a1\_8 - x1\_8 = a1\_9 ⇔ 0 + 0 – 0 = 0 ⇔ 0 = 0

c1\_9 + a1\_9 - x1\_9 = a1\_10 ⇔ 29 + 0 – 29 = 0 ⇔ 0 = 0

c1\_10 + a1\_10 - x1\_10 = a1\_11 ⇔ 0 + 0 – 0 = 0 ⇔ 0 = 0

c1\_11 + a1\_11 - x1\_11 = a1\_12 ⇔ 45 + 0 – 29 = 16 ⇔ 16 = 16

c1\_12 + a1\_12 - x1\_12 = 16 ⇔ 0 + 16 – 0 = 16 ⇔ 16 = 16

Concentrado de maçã;

c2\_1 + 8 - x2\_1 = a2\_2 ⇔ 0 + 8 – 0 = 8 ⇔ 8 = 8

c2\_2 + a2\_2 - x2\_2 = a2\_3 ⇔ 0 + 8 – 0 = 8 ⇔ 8 = 8

c2\_3 + a2\_3 - x2\_3 = a2\_4 ⇔ 25 + 8 – 26 = 7 ⇔ 7 = 7

c2\_4 + a2\_4 - x2\_4 = a2\_5 ⇔ 23 + 7 – 0 = 30 ⇔ 30 = 30

c2\_5 + a2\_5 - x2\_5 = a2\_6 ⇔ 0 + 30 – 0 = 30 ⇔ 30 = 30

c2\_6 + a2\_6 - x2\_6 = a2\_7 ⇔ 26 + 30 – 29 = 27 ⇔ 27 = 27

c2\_7 + a2\_7 - x2\_7 = a2\_8 ⇔ 0 + 27 – 0 = 27 ⇔ 27 = 27

c2\_8 + a2\_8 - x2\_8 = a2\_9 ⇔ 0 + 27 – 0 = 27 ⇔ 27 = 27

c2\_9 + a2\_9 - x2\_9 = a2\_10 ⇔ 0 + 27 – 0 = 27 ⇔ 27 = 27

c2\_10 + a2\_10 - x2\_10 = a2\_11 ⇔ 0 + 27 – 27 = 0 ⇔ 0 = 0

c2\_11 + a2\_11 - x2\_11 = a2\_12 ⇔ 0 + 0 – 0 = 0 ⇔ 0 = 0

c2\_12 + a2\_12 - x2\_12 = 8 ⇔ 8 + 0 – 0 = 8 ⇔ 8 = 8

Concentrado de pêra;

c3\_1 + 6 - x3\_1 = a3\_2 ⇔ 0 + 6 – 0 = 6 ⇔ 6 = 6

c3\_2 + a3\_2 - x3\_2 = a3\_3 ⇔ 14 + 6 – 20 = 0 ⇔ 0 = 0

c3\_3 + a3\_3 - x3\_3 = a3\_4 ⇔ 0 + 0 – 0 = 0 ⇔ 0 = 0

c3\_4 + a3\_4 - x3\_4 = a3\_5 ⇔ 0 + 0 – 0 = 0 ⇔ 0 = 0

c3\_5 + a3\_5 - x3\_5 = a3\_6 ⇔ 0 + 0 – 0 = 0 ⇔ 0 = 0

c3\_6 + a3\_6 - x3\_6 = a3\_7 ⇔ 0 + 0 – 0 = 0 ⇔ 0 = 0

c3\_7 + a3\_7 - x3\_7 = a3\_8 ⇔ 0 + 0 – 0 = 0 ⇔ 0 = 0

c3\_8 + a3\_8 - x3\_8 = a3\_9 ⇔ 27 + 0 – 27 = 0 ⇔ 0 = 0

c3\_9 + a3\_9 - x3\_9 = a3\_10 ⇔ 0 + 0 – 0 = 0 ⇔ 0 = 0

c3\_10 + a3\_10 - x3\_10 = a3\_11 ⇔ 0 + 0 – 0 = 0 ⇔ 0 = 0

c3\_11 + a3\_11 - x3\_11 = a3\_12 ⇔ 14 + 0 – 0 = 14 ⇔ 14 = 14

c3\_12 + a3\_12 - x3\_12 = 6 ⇔ 10 + 14 – 18 = 6 ⇔ 6 = 6

**Análise dos sumos:**

Sumo de laranja;

s1\_2 = 20 + x1\_1 - e1\_12 – f1\_12 - 9 + e1\_1 + f1\_1 ⇔ 19 = 20 + 17 – 1 – 8 – 9 + 0 + 0 ⇔ 19 = 19

s1\_3 = s1\_2 + x1\_2 - e1\_1 - f1\_1 - 9 + e1\_2 + f1\_2 ⇔ 10 = 19 + 0 – 0 – 0 – 9 + 0 + 0 ⇔ 10 = 10

s1\_4 = s1\_3 + x1\_3 - e1\_2 - f1\_2 - 9 + e1\_3 + f1\_3 ⇔ 1 = 10 + 0 – 0 – 0 – 9 + 0 + 0 ⇔ 1 = 1

s1\_5 = s1\_4 + x1\_4 - e1\_3 - f1\_3 - 12 + e1\_4 + f1\_4 ⇔ 12 = 1 + 23 – 0 – 0 – 12 + 0 + 0 ⇔ 12 = 12

s1\_6 = s1\_5 + x1\_5 - e1\_4 - f1\_4 - 16 + e1\_5 + f1\_5 ⇔ 26 = 12 + 30 – 0 – 0 – 16 + 0 + 0 ⇔ 16 = 16

s1\_7 = s1\_6 + x1\_6 - e1\_5 - f1\_5 - 17 + e1\_6 + f1\_6 ⇔ 9 = 26 + 0 – 0 – 0 – 17 + 0 + 0 ⇔ 9 = 9

s1\_8 = s1\_7 + x1\_7 - e1\_6 - f1\_6 - 19 + e1\_7 + f1\_7 ⇔ 19 = 9 + 29 – 0 – 0 – 19 + 0 + 0 ⇔ 19 = 19

s1\_9 = s1\_8 + x1\_8 - e1\_7 - f1\_7 - 19 + e1\_8 + f1\_8 ⇔ 0 = 19 + 0 – 0 – 0 – 19 + 0 + 0 ⇔ 0 = 0

s1\_10 = s1\_9 + x1\_9 - e1\_8 - f1\_8 - 16 + e1\_9 + f1\_9 ⇔ 13 = 0 + 29 – 0 – 0 – 16 + 0 + 0 ⇔ 13 = 13

s1\_11 = s1\_10 + x1\_10 - e1\_9 - f1\_9 - 12 + e1\_10 + f1\_10 ⇔ 1 = 13 + 0 – 0 – 0 – 12 + 0 + 0 ⇔ 1 = 1

s1\_12 = s1\_11 + x1\_11 - e1\_10 - f1\_10 - 10 + e1\_11 + f1\_11 ⇔ 20 = 1 + 29 – 0 – 0 – 10 + 0 + 0 ⇔ 20 = 20

20 = s1\_12 + x1\_12 - e1\_11 - f1\_11 - 9 + e1\_12 + f1\_12 ⇔ 20 = 20 + 0 – 0 – 0 – 9 + 1 + 8 ⇔ 20 = 20

Sumo de maçã;

s2\_2 = 10 + x2\_1 – e2\_12 – f2\_12 - 5 + e2\_1 + f2\_1 ⇔ 5 = 10 + 0 – 0 – 0 – 5 + 0 + 0 ⇔ 5 = 5

s2\_3 = s2\_2 + x2\_2 - e2\_1 - f2\_1 - 5 + e2\_2 + f2\_2 ⇔ 0 = 5 + 0 – 0 – 0 – 5 + 0 + 0 ⇔ 0 = 0

s2\_4 = s2\_3 + x2\_3 - e2\_2 - f2\_2 - 5 + e2\_3 + f2\_3 ⇔ 21 = 0 + 26 – 0 – 0 – 5 + 0 + 0 ⇔ 21 = 21

s2\_5 = s2\_4 + x2\_4 - e2\_3 - f2\_3 - 6 + e2\_4 + f2\_4 ⇔ 15 = 21 + 0 – 0 – 0 – 6 + 0 + 0 ⇔ 15 = 15

s2\_6 = s2\_5 + x2\_5 - e2\_4 - f2\_4 - 8 + e2\_5 + f2\_5 ⇔ 7 = 15 + 0 – 0 – 0 – 8 + 0 + 0 ⇔ 7 = 7

s2\_7 = s2\_6 + x2\_6 - e2\_5 - f2\_5 - 9 + e2\_6 + f2\_6 ⇔ 27 = 7 + 29 – 0 – 0 – 9 + 0 + 0 ⇔ 27 = 27

s2\_8 = s2\_7 + x2\_7 - e2\_6 - f2\_6 - 10 + e2\_7 + f2\_7 ⇔ 17 = 27 + 0 – 0 – 0 – 10 + 0 + 0 ⇔ 17 = 17

s2\_9 = s2\_8 + x2\_8 - e2\_7 - f2\_7 - 10 + e2\_8 + f2\_8 ⇔ 7 = 17 + 0 – 0 – 0 – 10 + 0 + 0 ⇔ 7 = 7

s2\_10 = s2\_9 + x2\_9 - e2\_8 - f2\_8 - 8 + e2\_9 + f2\_9 ⇔ 0 = 7 + 0 – 0 – 0 – 8 + 1 + 0 ⇔ 0 = 0

s2\_11 = s2\_10 + x2\_10 - e2\_9 - f2\_9 - 6 + e2\_10 + f2\_10 ⇔ 20 = 0 + 27 – 1 – 0 – 6 + 0 + 0 ⇔ 20 = 20

s2\_12 = s2\_11 + x2\_11 - e2\_10 - f2\_10 - 5 + e2\_11 + f2\_11 ⇔ 15 = 20 + 0 – 0 – 0 – 5 + 0 + 0 ⇔ 15 = 15

10 = s2\_12 + x2\_12 - e2\_11 - f2\_11 - 5 + e2\_12 + f2\_12 ⇔ 10 = 15 + 0 – 0 – 0 – 5 + 0 + 0 ⇔ 15 = 15

Sumo de pêra:

s3\_2 = 10 + x3\_1 – e3\_12 – f3\_12 - 4 + e3\_1 + f3\_1 ⇔ 6 = 10 + 0 – 0 – 0 – 4 + 0 + 0 ⇔ 6 = 6

s3\_3 = s3\_2 + x3\_2 - e3\_1 - f3\_1 - 4 + e3\_2 + f3\_2 ⇔ 22 = 6 + 20 – 0 – 0 – 4 + 0 + 0 ⇔ 22 = 22

s3\_4 = s3\_3 + x3\_3 - e3\_2 - f3\_2 - 4 + e3\_3 + f3\_3 ⇔ 18 = 22 + 0 – 0 – 0 – 4 + 0 + 0 ⇔ 18 = 18

s3\_5 = s3\_4 + x3\_4 - e3\_3 - f3\_3 - 5 + e3\_4 + f3\_4 ⇔ 13 = 18 + 0 – 0 – 0 – 5 + 0 + 0 ⇔ 13 = 13

s3\_6 = s3\_5 + x3\_5 - e3\_4 - f3\_4 - 6 + e3\_5 + f3\_5 ⇔ 7 = 13 + 0 – 0 – 0 – 6 + 0 + 0 ⇔ 7 = 7

s3\_7 = s3\_6 + x3\_6 - e3\_5 - f3\_5 - 7 + e3\_6 + f3\_6 ⇔ 0 = 7 + 0 – 0 – 0 – 7 + 0 + 0 ⇔ 0 = 0

s3\_8 = s3\_7 + x3\_7 - e3\_6 - f3\_6 - 8 + e3\_7 + f3\_7 ⇔ 0 = 0 + 0 – 0 – 0 – 8 + 1 + 7 ⇔ 0 = 0

s3\_9 = s3\_8 + x3\_8 - e3\_7 - f3\_7 - 8 + e3\_8 + f3\_8 ⇔ 11 = 0 + 27 – 1 – 7 – 8 + 0 + 0 ⇔ 11 = 11

s3\_10 = s3\_9 + x3\_9 - e3\_8 - f3\_8 - 6 + e3\_9 + f3\_9 ⇔ 5 = 11 + 0 – 0 – 0 – 6 + 0 + 0 ⇔ 5 = 5

s3\_11 = s3\_10 + x3\_10 - e3\_9 - f3\_9 - 5 + e3\_10 + f3\_10 ⇔ 0 = 5 + 0 – 0 – 0 – 5 + 0 + 0 ⇔ 0 = 0

s3\_12 = s3\_11 + x3\_11 - e3\_10 - f3\_10 - 4 + e3\_11 + f3\_11 ⇔ 0 = 0 + 0 – 0 – 0 – 4 + 1 + 3 ⇔ 0 = 0

10 = s3\_12 + x3\_12 - e3\_11 - f3\_11 - 4 + e3\_12 + f3\_12 ⇔ 10 = 0 + 18 – 1 – 3 – 4 + 0 + 0 ⇔ 10 = 10

**São respeitadas todas as restrições de capacidade. Demonstração algébrica e análise das restrições:**

Quantidade máxima de sumo produzida por período é 30;

x1\_1 + x2\_1 + x3\_1 <= 30 ⇔ 17 + 0 + 0 <= 30 ⇔ 17 <= 30

x1\_2 + x2\_2 + x3\_2 <= 30 ⇔ 0 + 0 + 20 <= 30 ⇔ 20 <= 30

x1\_3 + x2\_3 + x3\_3 <= 30 ⇔ 0 + 26 + 0 <= 30 ⇔ 26 <= 30

x1\_4 + x2\_4 + x3\_4 <= 30 ⇔ 23 + 0 + 0 <= 30 ⇔ 23 <= 30

x1\_5 + x2\_5 + x3\_5 <= 30 ⇔ 30 + 0 + 0 <= 30 ⇔ 30 <= 30

x1\_6 + x2\_6 + x3\_6 <= 30 ⇔ 0 + 29 + 0 <= 30 ⇔ 29 <= 30

x1\_7 + x2\_7 + x3\_7 <= 30 ⇔ 29 + 0 + 0 <= 30 ⇔ 29 <= 30

x1\_8 + x2\_8 + x3\_8 <= 30 ⇔ 0 + 0 + 27 <= 30 ⇔ 27 <= 30

x1\_9 + x2\_9 + x3\_9 <= 30 ⇔ 29 + 0 + 0 <= 30 ⇔ 29 <= 30

x1\_10 + x2\_10 + x3\_10 <= 30 ⇔ 0 + 27 + 0 <= 30 ⇔ 27 <= 30

x1\_11 + x2\_11 + x3\_11 <= 30 ⇔ 29 + 0 + 0 <= 30 ⇔ 29 <= 30

x1\_12 + x2\_12 + x3\_12 <= 30 ⇔ 0 + 0 + 18 <= 30 ⇔ 18 <= 30

Todas as restrições são VERDADEIRAS.

Quantidade máxima de sumo armazenada por período é 40;

s1\_1 + s2\_1 + s3\_1 <= 40 ⇔ 20 + 10 + 10 <= 40 ⇔ 17 <= 40

s1\_2 + s2\_2 + s3\_2 <= 40 ⇔ 19 + 5 + 6 <= 40 ⇔ 30 <= 40

s1\_3 + s2\_3 + s3\_3 <= 40 ⇔ 10 + 0 + 22 <= 40 ⇔ 32 <= 40

s1\_4 + s2\_4 + s3\_4 <= 40 ⇔ 1 + 21 + 18 <= 40 ⇔ 40 <= 40

s1\_5 + s2\_5 + s3\_5 <= 40 ⇔ 12 + 15 + 13 <= 40 ⇔ 40 <= 40

s1\_6 + s2\_6 + s3\_6 <= 40 ⇔ 26 + 7 + 7 <= 40 ⇔ 40 <= 40

s1\_7 + s2\_7 + s3\_7 <= 40 ⇔ 9 + 27 + 0 <= 40 ⇔ 36 <= 40

s1\_8 + s2\_8 + s3\_8 <= 40 ⇔ 19 + 17 + 0 <= 40 ⇔ 36 <= 40

s1\_9 + s2\_9 + s3\_9 <= 40 ⇔ 0 + 7 + 11 <= 40 ⇔ 18 <= 40

s1\_10 + s2\_10 + s3\_10 <= 40 ⇔ 13 + 0 + 5 <= 40 ⇔ 18 <= 40

s1\_11 + s2\_11 + s3\_11 <= 40 ⇔ 1 + 20 + 0 <= 40 ⇔ 21 <= 40

s1\_12 + s2\_12 + s3\_12 <= 40 ⇔ 20 + 15 + 0 <= 40 ⇔ 35 <= 40

Todas as restrições são VERDADEIRAS.

Quantidade máxima de concentrado armazenada por período é 30;

a1\_1 + a2\_1 + a3\_1 <= 30 ⇔ 16 + 8 + 6 <= 30 ⇔ 30 <= 30

a1\_2 + a2\_2 + a3\_2 <= 30 ⇔ 0 + 8 + 6 <= 30 ⇔ 14 <= 30

a1\_3 + a2\_3 + a3\_3 <= 30 ⇔ 0 + 8 + 0 <= 30 ⇔ 8 <= 30

a1\_4 + a2\_4 + a3\_4 <= 30 ⇔ 23 + 7 + 0 <= 30 ⇔ 30 <= 30

a1\_5 + a2\_5 + a3\_5 <= 30 ⇔ 0 + 30 + 0 <= 30 ⇔ 30 <= 30

a1\_6 + a2\_6 + a3\_6 <= 30 ⇔ 0 + 30 + 0 <= 30 ⇔ 30 <= 30

a1\_7 + a2\_7 + a3\_7 <= 30 ⇔ 0 + 27 + 0 <= 30 ⇔ 27 <= 30

a1\_8 + a2\_8 + a3\_8 <= 30 ⇔ 0 + 27 + 0 <= 30 ⇔ 27 <= 30

a1\_9 + a2\_9 + a3\_9 <= 30 ⇔ 0 + 27 + 0 <= 30 ⇔ 27 <= 30

a1\_10 + a2\_10 + a3\_10 <= 30 ⇔ 0 + 27 + 0 <= 30 ⇔ 27 <= 30

a1\_11 + a2\_11 + a3\_11 <= 30 ⇔ 0 + 0 + 0 <= 30 ⇔ 0 <= 30

a1\_12 + a2\_12 + a3\_12 <= 30 ⇔ 16 + 0 + 14 <= 30 ⇔ 30 <= 30

Todas as restrições são VERDADEIRAS.

Restrições para unidades entregues em atraso;

e1\_1 + e2\_1 + e3\_1 <= 1 ⇔ 0 + 0 + 0 <= 1 ⇔ 0 <= 1

e1\_2 + e2\_2 + e3\_2 <= 1 ⇔ 0 + 0 + 0 <= 1 ⇔ 0 <= 1

e1\_3 + e2\_3 + e3\_3 <= 1 ⇔ 0 + 0 + 0 <= 1 ⇔ 0 <= 1

e1\_4 + e2\_4 + e3\_4 <= 1 ⇔ 0 + 0 + 0 <= 1 ⇔ 0 <= 1

e1\_5 + e2\_5 + e3\_5 <= 1 ⇔ 0 + 0 + 0 <= 1 ⇔ 0 <= 1

e1\_6 + e2\_6 + e3\_6 <= 1 ⇔ 0 + 0 + 0 <= 1 ⇔ 0 <= 1

e1\_7 + e2\_7 + e3\_7 <= 1 ⇔ 0 + 0 + 1 <= 1 ⇔ 1 <= 1

e1\_8 + e2\_8 + e3\_8 <= 1 ⇔ 0 + 0 + 0 <= 1 ⇔ 0 <= 1

e1\_9 + e2\_9 + e3\_9 <= 1 ⇔ 0 + 1 + 0 <= 1 ⇔ 1 <= 1

e1\_10 + e2\_10 + e3\_10 <= 1 ⇔ 0 + 0 + 0 <= 1 ⇔ 0 <= 1

e1\_11 + e2\_11 + e3\_11 <= 1 ⇔ 0 + 0 + 1 <= 1 ⇔ 1 <= 1

e1\_12 + e2\_12 + e3\_12 <= 1 ⇔ 1 + 0 + 0 <= 1 ⇔ 1 <= 1

Todas as restrições são VERDADEIRAS.

Restrições para que as quantidades em atraso sejam satisfeitas;

xi\_j+1 + si\_j+1 >= ei\_j + fi\_j

x1\_1 + s1\_1 >= e1\_12 + f1\_12 ⇔ 17 + 20 >= 1 + 8 ⇔ 37 >= 9

x1\_2 + s1\_2 >= e1\_1 + f1\_1 ⇔ 0 + 19 >= 0 + 0 ⇔ 19 >= 0

x1\_3 + s1\_3 >= e1\_2 + f1\_2 ⇔ 0 + 10 >= 0 + 0 ⇔ 10 >= 0

x1\_4 + s1\_4 >= e1\_3 + f1\_3 ⇔ 23 + 1 >= 0 + 0 ⇔ 24 >= 0

x1\_5 + s1\_5 >= e1\_4 + f1\_4 ⇔ 30 + 12 >= 0 + 0 ⇔ 42 >= 0

x1\_6 + s1\_6 >= e1\_5 + f1\_5 ⇔ 0 + 26 >= 0 + 0 ⇔ 26 >= 0

x1\_7 + s1\_7 >= e1\_6 + f1\_6 ⇔ 29 + 9 >= 0 + 0 ⇔ 38 >= 0

x1\_8 + s1\_8 >= e1\_7 + f1\_7 ⇔ 0 + 19 >= 0 + 0 ⇔ 19 >= 0

x1\_9 + s1\_9 >= e1\_8 + f1\_8 ⇔ 29 + 0 >= 0 + 0 ⇔ 29 >= 0

x1\_10 + s1\_10 >= e1\_9 + f1\_9 ⇔ 0 + 13 >= 0 + 0 ⇔ 13 >= 0

x1\_11 + s1\_11 >= e1\_10 + f1\_10 ⇔ 29 + 1 >= 0 + 0 ⇔ 30 >= 0

x1\_12 + s1\_12 >= e1\_11 + f1\_11 ⇔ 0 + 20 >= 0 + 0 ⇔ 20 >= 0

Todas as restrições são VERDADEIRAS.

x2\_1 + s2\_1 >= e2\_12 + f2\_12 ⇔ 0 + 10 >= 0 + 0 ⇔ 10 >= 0

x2\_2 + s2\_2 >= e2\_1 + f2\_1 ⇔ 0 + 5 >= 0 + 0 ⇔ 5 >= 0

x2\_3 + s2\_3 >= e2\_2 + f2\_2 ⇔ 0 + 26 >= 0 + 0 ⇔ 26 >= 0

x2\_4 + s2\_4 >= e2\_3 + f2\_3 ⇔ 0 + 21 >= 0 + 0 ⇔ 21 >= 0

x2\_5 + s2\_5 >= e2\_4 + f2\_4 ⇔ 0 + 15 >= 0 + 0 ⇔ 15 >= 0

x2\_6 + s2\_6 >= e2\_5 + f2\_5 ⇔ 29 + 7 >= 0 + 0 ⇔ 36 >= 0

x2\_7 + s2\_7 >= e2\_6 + f2\_6 ⇔ 0 + 27 >= 0 + 0 ⇔ 27 >= 0

x2\_8 + s2\_8 >= e2\_7 + f2\_7 ⇔ 0 + 17 >= 0 + 0 ⇔ 17 >= 0

x2\_9 + s2\_9 >= e2\_8 + f2\_8 ⇔ 0 + 7 >= 0 + 0 ⇔ 7 >= 0

x2\_10 + s2\_10 >= e2\_9 + f2\_9 ⇔ 27 + 0 >= 1 + 0 ⇔ 27 >= 1

x2\_11 + s2\_11 >= e2\_10 + f2\_10 ⇔ 0 + 20 >= 0 + 0 ⇔ 20 >= 0

x2\_12 + s2\_12 >= e2\_11 + f2\_11 ⇔ 0 + 15 >= 0 + 0 ⇔ 15 >= 0

Todas as restrições são VERDADEIRAS.

x3\_1 + s3\_1 >= e3\_12 + f3\_12 ⇔ 0 + 10 >= 0 + 0 ⇔ 10 >= 0

x3\_2 + s3\_2 >= e3\_1 + f3\_1 ⇔ 20 + 6 >= 0 + 0 ⇔ 26 >= 0

x3\_3 + s3\_3 >= e3\_2 + f3\_2 ⇔ 0 + 22 >= 0 + 0 ⇔ 22 >= 0

x3\_4 + s3\_4 >= e3\_3 + f3\_3 ⇔ 0 + 18 >= 0 + 0 ⇔ 18 >= 0

x3\_5 + s3\_5 >= e3\_4 + f3\_4 ⇔ 0 + 13 >= 0 + 0 ⇔ 13 >= 0

x3\_6 + s3\_6 >= e3\_5 + f3\_5 ⇔ 0 + 7 >= 0 + 0 ⇔ 7 >= 0

x3\_7 + s3\_7 >= e3\_6 + f3\_6 ⇔ 0 + 0 >= 0 + 0 ⇔ 0 >= 0

x3\_8 + s3\_8 >= e3\_7 + f3\_7 ⇔ 27 + 0 >= 1 + 7 ⇔ 27 >= 8

x3\_9 + s3\_9 >= e3\_8 + f3\_8 ⇔ 0 + 11 >= 0 + 0 ⇔ 11 >= 0

x3\_10 + s3\_10 >= e3\_9 + f3\_9 ⇔ 0 + 5 >= 0 + 0 ⇔ 5 >= 0

x3\_11 + s3\_11 >= e3\_10 + f3\_10 ⇔ 0 + 0 >= 0 + 0 ⇔ 0 >= 0

x3\_12 + s3\_12 >= e3\_11 + f3\_11 ⇔ 18 + 0 >= 1 + 3 ⇔ 18 >= 4

Todas as restrições são VERDADEIRAS.

Quantidades entregues em atraso têm de ser menores ou iguais à quantidade procurada;

e1\_1 + f1\_1 <= 9 ⇔ 0 + 0 <= 9 ⇔ 0 <= 9

e1\_2 + f1\_2 <= 9 ⇔ 0 + 0 <= 9 ⇔ 0 <= 9

e1\_3 + f1\_3 <= 9 ⇔ 0 + 0 <= 9 ⇔ 0 <= 9

e1\_4 + f1\_4 <= 12 ⇔ 0 + 0 <= 12 ⇔ 0 <= 12

e1\_5 + f1\_5 <= 16 ⇔ 0 + 0 <= 16 ⇔ 0 <= 16

e1\_6 + f1\_6 <= 17 ⇔ 0 + 0 <= 17 ⇔ 0 <= 17

e1\_7 + f1\_7 <= 19 ⇔ 0 + 0 <= 19 ⇔ 0 <= 19

e1\_8 + f1\_8 <= 19 ⇔ 0 + 0 <= 19 ⇔ 0 <= 19

e1\_9 + f1\_9 <= 16 ⇔ 0 + 0 <= 16 ⇔ 0 <= 16

e1\_10 + f1\_10 <= 12 ⇔ 0 + 0 <= 12 ⇔ 0 <= 12

e1\_11 + f1\_11 <= 10 ⇔ 0 + 0 <= 10 ⇔ 0 <= 10

e1\_12 + f1\_12 <= 9 ⇔ 1 + 8 <= 9 ⇔ 9 <= 9

Todas as restrições são VERDADEIRAS.

e2\_1 + f2\_1 <= 5 ⇔ 0 + 0 <= 5 ⇔ 0 <= 5

e2\_2 + f2\_2 <= 5 ⇔ 0 + 0 <= 5 ⇔ 0 <= 5

e2\_3 + f2\_3 <= 5 ⇔ 0 + 0 <= 5 ⇔ 0 <= 5

e2\_4 + f2\_4 <= 6 ⇔ 0 + 0 <= 6 ⇔ 0 <= 6

e2\_5 + f2\_5 <= 8 ⇔ 0 + 0 <= 8 ⇔ 0 <= 8

e2\_6 + f2\_6 <= 9 ⇔ 0 + 0 <= 9 ⇔ 0 <= 9

e2\_7 + f2\_7 <= 10 ⇔ 0 + 0 <= 10 ⇔ 0 <= 10

e2\_8 + f2\_8 <= 10 ⇔ 0 + 0 <= 10 ⇔ 0 <= 10

e2\_9 + f2\_9 <= 8 ⇔ 1 + 0 <= 8 ⇔ 1 <= 8

e2\_10 + f2\_10 <= 6 ⇔ 0 + 0 <= 6 ⇔ 0 <= 6

e2\_11 + f2\_11 <= 5 ⇔ 0 + 0 <= 5 ⇔ 0 <= 5

e2\_12 + f2\_12 <= 5 ⇔ 0 + 0 <= 5 ⇔ 0 <= 5

Todas as restrições são VERDADEIRAS.

e3\_1 + f3\_1 <= 4 ⇔ 0 + 0 <= 4 ⇔ 0 <= 4

e3\_2 + f3\_2 <= 4 ⇔ 0 + 0 <= 4 ⇔ 0 <= 4

e3\_3 + f3\_3 <= 4 ⇔ 0 + 0 <= 4 ⇔ 0 <= 4

e3\_4 + f3\_4 <= 5 ⇔ 0 + 0 <= 5 ⇔ 0 <= 5

e3\_5 + f3\_5 <= 6 ⇔ 0 + 0 <= 6 ⇔ 0 <= 6

e3\_6 + f3\_6 <= 7 ⇔ 0 + 0 <= 7 ⇔ 0 <= 7

e3\_7 + f3\_7 <= 8 ⇔ 1 + 7 <= 8 ⇔ 8 <= 8

e3\_8 + f3\_8 <= 8 ⇔ 0 + 0 <= 8 ⇔ 0 <= 8

e3\_9 + f3\_9 <= 6 ⇔ 0 + 0 <= 6 ⇔ 0 <= 6

e3\_10 + f3\_10 <= 5 ⇔ 0 + 0 <= 5 ⇔ 0 <= 5

e3\_11 + f3\_11 <= 4 ⇔ 1 + 3 <= 4 ⇔ 4 <= 4

e3\_12 + f3\_12 <= 4 ⇔ 0 + 0 <= 4 ⇔ 0 <= 4

Todas as restrições são VERDADEIRAS.

qmax-1 \* eij >= fij

8 e1\_1 >= f1\_1 ⇔ 8 \* 0 >= 0 ⇔ 0 >= 0

8 e1\_2 >= f1\_2 ⇔ 8 \* 0 >= 0 ⇔ 0 >= 0

8 e1\_3 >= f1\_3 ⇔ 8 \* 0 >= 0 ⇔ 0 >= 0

11 e1\_4 >= f1\_4 ⇔ 11 \* 0 >= 0 ⇔ 0 >= 0

15 e1\_5 >= f1\_5 ⇔ 15 \* 0 >= 0 ⇔ 0 >= 0

16 e1\_6 >= f1\_6 ⇔ 16 \* 0 >= 0 ⇔ 0 >= 0

18 e1\_7 >= f1\_7 ⇔ 18 \* 0 >= 0 ⇔ 0 >= 0

18 e1\_8 >= f1\_8 ⇔ 18 \* 0 >= 0 ⇔ 0 >= 0

15 e1\_9 >= f1\_9 ⇔ 15 \* 0 >= 0 ⇔ 0 >= 0

11 e1\_10 >= f1\_10 ⇔ 11 \* 0 >= 0 ⇔ 0 >= 0

9 e1\_11 >= f1\_11 ⇔ 9 \* 0 >= 0 ⇔ 0 >= 0

8 e1\_12 >= f1\_12 ⇔ 8 \* 1 >= 8 ⇔ 8 >= 8

Todas as restrições são VERDADEIRAS.

4 e2\_1 >= f2\_1 ⇔ 4 \* 0 >= 0 ⇔ 0 >= 0

4 e2\_2 >= f2\_2 ⇔ 4 \* 0 >= 0 ⇔ 0 >= 0

4 e2\_3 >= f2\_3 ⇔ 4 \* 0 >= 0 ⇔ 0 >= 0

5 e2\_4 >= f2\_4 ⇔ 5 \* 0 >= 0 ⇔ 0 >= 0

7 e2\_5 >= f2\_5 ⇔ 7 \* 0 >= 0 ⇔ 0 >= 0

8 e2\_6 >= f2\_6 ⇔ 8 \* 0 >= 0 ⇔ 0 >= 0

9 e2\_7 >= f2\_7 ⇔ 9 \* 0 >= 0 ⇔ 0 >= 0

9 e2\_8 >= f2\_8 ⇔ 9 \* 0 >= 0 ⇔ 0 >= 0

7 e2\_9 >= f2\_9 ⇔ 7 \* 1 >= 0 ⇔ 7 >= 0

5 e2\_10 >= f2\_10 ⇔ 5 \* 0 >= 0 ⇔ 0 >= 0

4 e2\_11 >= f2\_11 ⇔ 4 \* 0 >= 0 ⇔ 0 >= 0

4 e2\_12 >= f2\_12 ⇔ 4 \* 0 >= 0 ⇔ 0 >= 0

Todas as restrições são VERDADEIRAS.

3 e3\_1 >= f3\_1 ⇔ 3 \* 0 >= 0 ⇔ 0 >= 0

3 e3\_2 >= f3\_2 ⇔ 3 \* 0 >= 0 ⇔ 0 >= 0

3 e3\_3 >= f3\_3 ⇔ 3 \* 0 >= 0 ⇔ 0 >= 0

4 e3\_4 >= f3\_4 ⇔ 4 \* 0 >= 0 ⇔ 0 >= 0

5 e3\_5 >= f3\_5 ⇔ 5 \* 0 >= 0 ⇔ 0 >= 0

6 e3\_6 >= f3\_6 ⇔ 6 \* 0 >= 0 ⇔ 0 >= 0

7 e3\_7 >= f3\_7 ⇔ 7 \* 1 >= 7 ⇔ 7 >= 7

7 e3\_8 >= f3\_8 ⇔ 7 \* 0 >= 0 ⇔ 0 >= 0

5 e3\_9 >= f3\_9 ⇔ 5 \* 0 >= 0 ⇔ 0 >= 0

4 e3\_10 >= f3\_10 ⇔ 4 \* 0 >= 0 ⇔ 0 >= 0

3 e3\_11 >= f3\_11 ⇔ 3 \* 1 >= 3 ⇔ 3 >= 3

3 e3\_12 >= f3\_12 ⇔ 3 \* 0 >= 0 ⇔ 0 >= 0

Todas as restrições são VERDADEIRAS.

Apenas se pode produzir um único tipo de sumo por mês;

y1\_1 + y2\_1 + y3\_1 = 1 ⇔ 1 + 0 + 0 = 1 ⇔ 1 = 1

y1\_2 + y2\_2 + y3\_2 = 1 ⇔ 0 + 0 + 1 = 1 ⇔ 1 = 1

y1\_3 + y2\_3 + y3\_3 = 1 ⇔ 0 + 1 + 0 = 1 ⇔ 1 = 1

y1\_4 + y2\_4 + y3\_4 = 1 ⇔ 1 + 0 + 0 = 1 ⇔ 1 = 1

y1\_5 + y2\_5 + y3\_5 = 1 ⇔ 1 + 0 + 0 = 1 ⇔ 1 = 1

y1\_6 + y2\_6 + y3\_6 = 1 ⇔ 0 + 1 + 0 = 1 ⇔ 1 = 1

y1\_7 + y2\_7 + y3\_7 = 1 ⇔ 1 + 0 + 0 = 1 ⇔ 1 = 1

y1\_8 + y2\_8 + y3\_8 = 1 ⇔ 0 + 0 + 1 = 1 ⇔ 1 = 1

y1\_9 + y2\_9 + y3\_9 = 1 ⇔ 1 + 0 + 0 = 1 ⇔ 1 = 1

y1\_10 + y2\_10 + y3\_10 = 1 ⇔ 0 + 1 + 0 = 1 ⇔ 1 = 1

y1\_11 + y2\_11 + y3\_11 = 1 ⇔ 1 + 0 + 0 = 1 ⇔ 1 = 1

y1\_12 + y2\_12 + y3\_12 = 1 ⇔ 0 + 0 + 1 = 1 ⇔ 1 = 1

Todas as restrições são VERDADEIRAS.

A quantidade produzida estará dentro de um valor aceitável caso haja produção ou será 0 caso não haja produção;

x1\_1 <= 1000 y1\_1 ⇔ 17 <= 1000 \* 1 ⇔ 17 <= 1000

x1\_2 <= 1000 y1\_2 ⇔ 0 <= 1000 \* 0 ⇔ 0 <= 0

x1\_3 <= 1000 y1\_3 ⇔ 0 <= 1000 \* 0 ⇔ 0 <= 0

x1\_4 <= 1000 y1\_4 ⇔ 23 <= 1000 \* 1 ⇔ 23 <= 1000

x1\_5 <= 1000 y1\_5 ⇔ 30 <= 1000 \* 1 ⇔ 30 <= 1000

x1\_6 <= 1000 y1\_6 ⇔ 0 <= 1000 \* 0 ⇔ 0 <= 0

x1\_7 <= 1000 y1\_7 ⇔ 29 <= 1000 \* 1 ⇔ 29 <= 1000

x1\_8 <= 1000 y1\_8 ⇔ 0 <= 1000 \* 0 ⇔ 0 <= 0

x1\_9 <= 1000 y1\_9 ⇔ 29 <= 1000 \* 1 ⇔ 29 <= 1000

x1\_10 <= 1000 y1\_10 ⇔ 0 <= 1000 \* 0 ⇔ 0 <= 0

x1\_11 <= 1000 y1\_11 ⇔ 29 <= 1000 \* 1 ⇔ 29 <= 1000

x1\_12 <= 1000 y1\_12 ⇔ 0 <= 1000 \* 0 ⇔ 0 <= 0

Todas as restrições são VERDADEIRAS.

x2\_1 <= 1000 y2\_1 ⇔ 0 <= 1000 \* 0 ⇔ 0 <= 0

x2\_2 <= 1000 y2\_2 ⇔ 0 <= 1000 \* 0 ⇔ 0 <= 0

x2\_3 <= 1000 y2\_3 ⇔ 26 <= 1000 \* 1 ⇔ 26 <= 1000

x2\_4 <= 1000 y2\_4 ⇔ 0 <= 1000 \* 0 ⇔ 0 <= 0

x2\_5 <= 1000 y2\_5 ⇔ 0 <= 1000 \* 0 ⇔ 0 <= 0

x2\_6 <= 1000 y2\_6 ⇔ 29 <= 1000 \* 1 ⇔ 29 <= 1000

x2\_7 <= 1000 y2\_7 ⇔ 0 <= 1000 \* 0 ⇔ 0 <= 0

x2\_8 <= 1000 y2\_8 ⇔ 0 <= 1000 \* 0 ⇔ 0 <= 0

x2\_9 <= 1000 y2\_9 ⇔ 0 <= 1000 \* 0 ⇔ 0 <= 0

x2\_10 <= 1000 y2\_10 ⇔ 27 <= 1000 \* 1 ⇔ 27 <= 1000

x2\_11 <= 1000 y2\_11 ⇔ 0 <= 1000 \* 0 ⇔ 0 <= 0

x2\_12 <= 1000 y2\_12 ⇔ 0 <= 1000 \* 0 ⇔ 0 <= 0

x3\_1 <= 1000 y3\_1 ⇔ 0 <= 1000 \* 0 ⇔ 0 <= 0

x3\_2 <= 1000 y3\_2 ⇔ 20 <= 1000 \* 1 ⇔ 20 <= 1000

x3\_3 <= 1000 y3\_3 ⇔ 0 <= 1000 \* 0 ⇔ 0 <= 0

x3\_4 <= 1000 y3\_4 ⇔ 0 <= 1000 \* 0 ⇔ 0 <= 0

x3\_5 <= 1000 y3\_5 ⇔ 0 <= 1000 \* 0 ⇔ 0 <= 0

x3\_6 <= 1000 y3\_6 ⇔ 0 <= 1000 \* 0 ⇔ 0 <= 0

x3\_7 <= 1000 y3\_7 ⇔ 0 <= 1000 \* 0 ⇔ 0 <= 0

x3\_8 <= 1000 y3\_8 ⇔ 27 <= 1000 \* 1 ⇔ 27 <= 1000

x3\_9 <= 1000 y3\_9 ⇔ 0 <= 1000 \* 0 ⇔ 0 <= 0

x3\_10 <= 1000 y3\_10 ⇔ 0 <= 1000 \* 0 ⇔ 0 <= 0

x3\_11 <= 1000 y3\_11 ⇔ 0 <= 1000 \* 0 ⇔ 0 <= 0

x3\_12 <= 1000 y3\_12 ⇔ 18 <= 1000 \* 1 ⇔ 18 <= 1000

Todas as restrições são VERDADEIRAS.

A quantidade produzida estará dentro de um valor aceitável caso haja produção ou será 0 caso não haja produção. De acordo com o enunciado, existe uma perda na capacidade de produção de um período para o seguinte. No mês de dezembro, houve produção de pêra, daí ter valor 30 a produção no mês de janeiro caso seja de pêra.

x1\_1 <= 29 y1\_1 ⇔ 17 <= 29 \* 1 ⇔ 17 <= 29

x1\_2 <= 28 y1\_2 + 1-1\*y2\_1 + 1-1\*y3\_1 ⇔ 0 <= 28 \* 0 + 1 – 1 \* 0 + 1 – 1 \* 0 ⇔ 0 <= 2

x1\_3 <= 28 y1\_3 + 1-1\*y2\_2 + 1-1\*y3\_2 ⇔ 0 <= 28 \* 0 + 1 – 1 \* 0 + 1 – 1 \* 1 ⇔ 0 <= 1

x1\_4 <= 28 y1\_4 + 1-1\*y2\_3 + 1-1\*y3\_3 ⇔ 23 <= 28 \* 1 + 1 – 1 \* 1 + 1 – 1 \* 0 ⇔ 23 <= 29

x1\_5 <= 28 y1\_5 + 1-1\*y2\_4 + 1-1\*y3\_4 ⇔ 30 <= 28 \* 1 + 1 – 1 \* 0 + 1 – 1 \* 0 ⇔ 30 <= 30

x1\_6 <= 28 y1\_6 + 1-1\*y2\_5 + 1-1\*y3\_5 ⇔ 0 <= 28 \* 0 + 1 – 1 \* 0 + 1 – 1 \* 0 ⇔ 0 <= 2

x1\_7 <= 28 y1\_7 + 1-1\*y2\_6 + 1-1\*y3\_6 ⇔ 29 <= 28 \* 1 + 1 – 1 \* 1 + 1 – 1 \* 0 ⇔ 29 <= 29

x1\_8 <= 28 y1\_8 + 1-1\*y2\_7 + 1-1\*y3\_7 ⇔ 0 <= 28 \* 0 + 1 – 1 \* 0 + 1 – 1 \* 0 ⇔ 0 <= 2

x1\_9 <= 28 y1\_9 + 1-1\*y2\_8 + 1-1\*y3\_8 ⇔ 29 <= 28 \* 1 + 1 – 1 \* 0 + 1 – 1 \* 1 ⇔ 29 <= 29

x1\_10 <= 28 y1\_10 + 1-1\*y2\_9 + 1-1\*y3\_9 ⇔ 0 <= 28 \* 0 + 1 – 1 \* 0 + 1 – 1 \* 0 ⇔ 0 <= 2

x1\_11 <= 28 y1\_11 + 1-1\*y2\_10 + 1-1\*y3\_10 ⇔ 29 <= 28 \* 1 + 1 – 1 \* 1 + 1 – 1 \* 0 ⇔ 29 <= 29

x1\_12 <= 28 y1\_12 + 1-1\*y2\_11 + 1-1\*y3\_11 ⇔ 0 <= 28 \* 0 + 1 – 1 \* 0 + 1 – 1 \* 0 ⇔ 0 <= 2

Todas as restrições são VERDADEIRAS.

x2\_1 <= 29 y2\_1 ⇔ 0 <= 29 \* 0 ⇔ 0 <= 0

x2\_2 <= 28 y2\_2 + 1-1\*y1\_1 + 1-1\*y3\_1 ⇔ 0 <= 28 \* 0 + 1 – 1 \* 1 + 1 – 1 \* 0 ⇔ 0 <= 1

x2\_3 <= 28 y2\_3 + 1-1\*y1\_2 + 1-1\*y3\_2 ⇔ 26 <= 28 \* 1 + 1 – 1 \* 0 + 1 – 1 \* 1 ⇔ 26 <= 29

x2\_4 <= 28 y2\_4 + 1-1\*y1\_3 + 1-1\*y3\_3 ⇔ 0 <= 28 \* 0 + 1 – 1 \* 0 + 1 – 1 \* 0 ⇔ 0 <= 2

x2\_5 <= 28 y2\_5 + 1-1\*y1\_4 + 1-1\*y3\_4 ⇔ 0 <= 28 \* 0 + 1 – 1 \* 1 + 1 – 1 \* 0 ⇔ 0 <= 1

x2\_6 <= 28 y2\_6 + 1-1\*y1\_5 + 1-1\*y3\_5 ⇔ 29 <= 28 \* 1 + 1 – 1 \* 1 + 1 – 1 \* 0 ⇔ 29 <= 29

x2\_7 <= 28 y2\_7 + 1-1\*y1\_6 + 1-1\*y3\_6 ⇔ 0 <= 28 \* 0 + 1 – 1 \* 0 + 1 – 1 \* 0 ⇔ 0 <= 2

x2\_8 <= 28 y2\_8 + 1-1\*y1\_7 + 1-1\*y3\_7 ⇔ 0 <= 28 \* 0 + 1 – 1 \* 1 + 1 – 1 \* 0 ⇔ 0 <= 1

x2\_9 <= 28 y2\_9 + 1-1\*y1\_8 + 1-1\*y3\_8 ⇔ 0 <= 28 \* 0 + 1 – 1 \* 0 + 1 – 1 \* 1 ⇔ 0 <= 1

x2\_10 <= 28 y2\_10 + 1-1\*y1\_9 + 1-1\*y3\_9 ⇔ 27 <= 28 \* 1 + 1 – 1 \* 1 + 1 – 1 \* 0 ⇔ 27 <= 29

x2\_11 <= 28 y2\_11 + 1-1\*y1\_10 + 1-1\*y3\_10 ⇔ 0 <= 28 \* 0 + 1 – 1 \* 0 + 1 – 1 \* 0 ⇔ 0 <= 2

x2\_12 <= 28 y2\_12 + 1-1\*y1\_11 + 1-1\*y3\_11 ⇔ 0 <= 28 \* 0 + 1 – 1 \* 1 + 1 – 1 \* 0 ⇔ 0 <= 1

Todas as restrições são VERDADEIRAS.

x3\_1 <= 30 y3\_1 ⇔ 0 <= 29 \* 0 ⇔ 0 <= 0

x3\_2 <= 28 y3\_2 + 1-1\*y1\_1 + 1-1\*y2\_1 ⇔ 20 <= 28 \* 1 + 1 – 1 \* 1 + 1 – 1 \* 0 ⇔ 20 <= 29

x3\_3 <= 28 y3\_3 + 1-1\*y1\_2 + 1-1\*y2\_2 ⇔ 0 <= 28 \* 0 + 1 – 1 \* 0 + 1 – 1 \* 0 ⇔ 0 <= 2

x3\_4 <= 28 y3\_4 + 1-1\*y1\_3 + 1-1\*y2\_3 ⇔ 0 <= 28 \* 0 + 1 – 1 \* 0 + 1 – 1 \* 1 ⇔ 0 <= 1

x3\_5 <= 28 y3\_5 + 1-1\*y1\_4 + 1-1\*y2\_4 ⇔ 0 <= 28 \* 0 + 1 – 1 \* 1 + 1 – 1 \* 0 ⇔ 0 <= 1

x3\_6 <= 28 y3\_6 + 1-1\*y1\_5 + 1-1\*y2\_5 ⇔ 0 <= 28 \* 0 + 1 – 1 \* 1 + 1 – 1 \* 0 ⇔ 0 <= 1

x3\_7 <= 28 y3\_7 + 1-1\*y1\_6 + 1-1\*y2\_6 ⇔ 0 <= 28 \* 0 + 1 – 1 \* 0 + 1 – 1 \* 1 ⇔ 0 <= 1

x3\_8 <= 28 y3\_8 + 1-1\*y1\_7 + 1-1\*y2\_7 ⇔ 27 <= 28 \* 1 + 1 – 1 \* 1 + 1 – 1 \* 0 ⇔ 27 <= 29

x3\_9 <= 28 y3\_9 + 1-1\*y1\_8 + 1-1\*y2\_8 ⇔ 0 <= 28 \* 0 + 1 – 1 \* 0 + 1 – 1 \* 0 ⇔ 0 <= 2

x3\_10 <= 28 y3\_10 + 1-1\*y1\_9 + 1-1\*y2\_9 ⇔ 0 <= 28 \* 0 + 1 – 1 \* 1 + 1 – 1 \* 0 ⇔ 0 <= 1

x3\_11 <= 28 y3\_11 + 1-1\*y1\_10 + 1-1\*y2\_10 ⇔ 0 <= 28 \* 0 + 1 – 1 \* 0 + 1 – 1 \* 1 ⇔ 0 <= 1

x3\_12 <= 28 y3\_12 + 1-1\*y1\_11 + 1-1\*y2\_11 ⇔ 18 <= 28 \* 1 + 1 – 1 \* 1 + 1 – 1 \* 0 ⇔ 18 <= 29

Todas as restrições são VERDADEIRAS.

Restrições para identificar se há mudança de produção do tipo de sumo;

y1\_1 - y1\_2 <= z1 ⇔ 1 – 0 <= 1 ⇔ 1 <= 1

y2\_1 - y2\_2 <= z1 ⇔ 0 – 0 <= 1 ⇔ 0 <= 1

y3\_1 - y3\_2 <= z1 ⇔ 0 – 1 <= 1 ⇔ -1 <= 1

y1\_2 - y1\_3 <= z2 ⇔ 0 – 0 <= 1 ⇔ 0 <= 1

y2\_2 - y2\_3 <= z2 ⇔ 0 – 1 <= 1 ⇔ -1 <= 1

y3\_2 - y3\_3 <= z2 ⇔ 1 – 0 <= 1 ⇔ 1 <= 1

y1\_3 - y1\_4 <= z3 ⇔ 0 – 1 <= 1 ⇔ -1 <= 1

y2\_3 - y2\_4 <= z3 ⇔ 1 – 0 <= 1 ⇔ 1 <= 1

y3\_3 - y3\_4 <= z3 ⇔ 0 – 0 <= 1 ⇔ 0 <= 1

y1\_4 - y1\_5 <= z4 ⇔ 1 – 1 <= 0 ⇔ 0 <= 0

y2\_4 - y2\_5 <= z4 ⇔ 0 – 0 <= 0 ⇔ 0 <= 0

y3\_4 - y3\_5 <= z4 ⇔ 0 – 0 <= 0 ⇔ 0 <= 0

y1\_5 - y1\_6 <= z5 ⇔ 1 – 0 <= 1 ⇔ 1 <= 1

y2\_5 - y2\_6 <= z5 ⇔ 0 – 1 <= 1 ⇔ -1 <= 1

y3\_5 - y3\_6 <= z5 ⇔ 0 – 0 <= 1 ⇔ 0 <= 1

y1\_6 - y1\_7 <= z6 ⇔ 0 – 1 <= 1 ⇔ -1 <= 1

y2\_6 - y2\_7 <= z6 ⇔ 1 – 0 <= 1 ⇔ 1 <= 1

y3\_6 - y3\_7 <= z6 ⇔0 – 0 <= 1 ⇔ 0 <= 1

y1\_7 - y1\_8 <= z7 ⇔ 1 – 0 <= 1 ⇔ 1 <= 1

y2\_7 - y2\_8 <= z7 ⇔ 0 – 0 <= 1 ⇔ 0 <= 1

y3\_7 - y3\_8 <= z7 ⇔ 0 – 1 <= 1 ⇔ -1 <= 1

y1\_8 - y1\_9 <= z8 ⇔ 0 – 1 <= 1 ⇔ -1 <= 1

y2\_8 - y2\_9 <= z8 ⇔ 0 – 0 <= 1 ⇔ 0 <= 1

y3\_8 - y3\_9 <= z8 ⇔ 1 – 0 <= 1 ⇔ 1 <= 1

y1\_9 - y1\_10 <= z9 ⇔ 1 – 0 <= 1 ⇔ 1 <= 1

y2\_9 - y2\_10 <= z9 ⇔ 0 – 1 <= 1 ⇔ -1 <= 1

y3\_9 - y3\_10 <= z9 ⇔ 0 – 0 <= 1 ⇔ 0 <= 1

y1\_10 - y1\_11 <= z10 ⇔ 0 – 1 <= 1 ⇔ -1 <= 1

y2\_10 - y2\_11 <= z10 ⇔ 1 – 0 <= 1 ⇔ 1 <= 1

y3\_10 - y3\_11 <= z10 ⇔ 0 – 0 <= 1 ⇔ 0 <= 1

y1\_11 - y1\_12 <= z11 ⇔ 1 – 0 <= 1 ⇔ 1 <= 1

y2\_11 - y2\_12 <= z11 ⇔ 0 – 0 <= 1 ⇔ 0 <= 1

y3\_11 - y3\_12 <= z11 ⇔ 0 – 1 <= 1 ⇔ -1 <= 1

Todas as restrições são VERDADEIRAS.

**Cálculo dos custos do concentrado:**

CusC = 180\*c1\_1 + 200\*c1\_2 + 180\*c1\_3 + 200\*c1\_4 + 180\*c1\_5 + 200\*c1\_6 + 180\*c1\_7 + 200\*c1\_8 + 180\*c1\_9 + 200\*c1\_10 + 180\*c1\_11 + 200\*c1\_12 + 231c2\_1 + 199c2\_2 + 187c2\_3 + 198c2\_4 + 210c2\_5 + 208c2\_6 + 211c2\_7 + 220c2\_8 + 217c2\_9 + 216c2\_10 + 221c2\_11 + 217c2\_12 + 116c3\_1 + 116c3\_2 + 124c3\_3 + 120c3\_4 + 132c3\_5 + 128c3\_6 + 136c3\_7 + 116c3\_8 + 120c3\_9 + 108c3\_10 + 100c3\_11 + 116c3\_12 = 180\*1 + 200\*0 + 180\*23 + 200\*0 + 180\*30 + 200\*0 + 180\*29 + 200\*0 + 180\*29 + 200\*0 + 180\*45 + 200\*0 + 231\*0 + 199\*0 + 187\*25 + 198\*23 + 210\*0 + 208\*26 + 211\*0 + 220\*0 + 217\*0 + 216\*0 + 221\*0 + 217\*8 + 116\*0 + 116\*14 + 124\*0 + 120\*0 + 132\*0 + 128\*0 + 136\*0 + 116\*27 + 120\*0 + 108\*0 + 100\*14 + 116\*10 = 51949

**Cálculos dos custos do sumo:**

CusS = 10\*x1\_1 + 10\*x2\_1 + 10\*x3\_1 + 10\*x1\_2 + 10\*x2\_2 + 10\*x3\_2 + 10\*x1\_3 + 10\*x2\_3 + 10\*x3\_3 + 10\*x1\_4 + 10\*x2\_4 + 10\*x3\_4 + 10\*x1\_5 + 10\*x2\_5 + 10\*x3\_5 + 10\*x1\_6 + 10\*x2\_6 + 10\*x3\_6 + 10\*x1\_7 + 10\*x2\_7 + 10\*x3\_7 + 12\*x1\_8 + 12\*x2\_8 + 12\*x3\_8 + 10\*x1\_9 + 10\*x2\_9 + 10\*x3\_9 + 10\*x1\_10 + 10\*x2\_10 + 10\*x3\_10 + 10\*x1\_11 + 10\*x2\_11 + 10\*x3\_11 + 10\*x1\_12 + 10\*x2\_12 + 10\*x3\_12 = 10\*17 + 10\*0 + 10\*0 + 10\*0 + 10\*0 + 10\*20 + 10\*0 + 10\*26 + 10\*0 + 10\*23 + 10\*0 + 10\*0 + 10\*30 + 10\*0 + 10\*0 + 10\*0 + 10\*29 + 10\*0 + 10\*29 + 10\*0 + 10\*0 + 12\*0 + 12\*0 + 12\*27 + 10\*29 + 10\*0 + 10\*0 + 10\*0 + 10\*27 + 10\*0 + 10\*29 + 10\*0 + 10\*0 + 10\*0 + 10\*0 + 10\*18 = 3094

**Cálculo dos custos do *stock* de sumos:**

CusStS = 3\*s1\_1 + 3\*s1\_2 + 3\*s1\_3 + 3\*s1\_4 + 3\*s1\_5 + 3\*s1\_6 + 3\*s1\_7 + 3\*s1\_8 + 3\*s1\_9 + 3\*s1\_10 + 3\*s1\_11 + 3\*s1\_12 + 3\*s2\_1 + 3\*s2\_2 + 3\*s2\_3 + 3\*s2\_4 + 3\*s2\_5 + 3\*s2\_6 + 3\*s2\_7 + 3\*s2\_8 + 3\*s2\_9 + 3\*s2\_10 + 3\*s2\_11 + 3\*s2\_12 + 3\*s3\_1 + 3\*s3\_2 + 3\*s3\_3 + 3\*s3\_4 + 3\*s3\_5 + 3\*s3\_6 + 3\*s3\_7 + 3\*s3\_8 + 3\*s3\_9 + 3\*s3\_10 + 3\*s3\_11 + 3\*s3\_12 = 3\*20 + 3\*19 + 3\*10 + 3\*1 + 3\*12 + 3\*26 + 3\*9 + 3\*19 + 3\*0 + 3\*13 + 3\*1 + 3\*20 + 3\*10 + 3\*5 + 3\*0 + 3\*21 + 3\*15 + 3\*7 + 3\*27 + 3\*17 + 3\*7 + 3\*0 + 3\*20 + 3\*15 + 3\*10 + 3\*6 + 3\*22 + 3\*18 + 3\*13 + 3\*7 + 3\*0 + 3\*0 + 3\*11 + 3\*5 + 3\*0 + 3\*0 = 1158

**Cálculo dos custos do *stock* de concentrados:**

(Como o custo de posse de inventário é de 1 U.M/U.E. período, é compreensível a multiplicação por 1.)

CusStC = 1\*a1\_1 + 1\*a1\_2 + 1\*a1\_3 + 1\*a1\_4 + 1\*a1\_5 + 1\*a1\_6 + 1\*a1\_7 + 1\*a1\_8 + 1\*a1\_9 + 1\*a1\_10 + 1\*a1\_11 + 1\*a1\_12 + 1\*a2\_1 + 1\*a2\_2 + 1\*a2\_3 + 1\*a2\_4 + 1\*a2\_5 + 1\*a2\_6 + 1\*a2\_7 + 1\*a2\_8 + 1\*a2\_9 + 1\*a2\_10 + 1\*a2\_11 + 1\*a2\_12 + 1\*a3\_1 + 1\*a3\_2 + 1\*a3\_3 + 1\*a3\_4 + 1\*a3\_5 + 1\*a3\_6 + 1\*a3\_7 + 1\*a3\_8 + 1\*a3\_9 + 1\*a3\_10 + 1\*a3\_11 + 1\*a3\_12 = 1\*16 + 1\*0 + 1\*0 + 1\*23 + 1\*0 + 1\*0 + 1\*0 + 1\*0 + 1\*0 + 1\*0 + 1\*0 + 1\*16 + 1\*8 + 1\*8 + 1\*8 + 1\*7 + 1\*30 + 1\*30 + 1\*27 + 1\*27 + 1\*27 + 1\*27 + 1\*0 + 1\*0 + 1\*6 + 1\*6 + 1\*0 + 1\*0 + 1\*0 + 1\*0 + 1\*0 + 1\*0 + 1\*0 + 1\*0 + 1\*0 + 1\*14 = 280

**Custo das unidades entregues com penalização de 1:**

CusE1 = 1\*e1\_1 + 1\*e1\_2 + 1\*e1\_3 + 1\*e1\_4 + 1\*e1\_5 + 1\*e1\_6 + 1\*e1\_7 + 1\*e1\_8 + 1\*e1\_9 + 1\*e1\_10 + 1\*e1\_11 + 1\*e1\_12 + 1\*e2\_1 + 1\*e2\_2 + 1\*e2\_3 + 1\*e2\_4 + 1\*e2\_5 + 1\*e2\_6 + 1\*e2\_7 + 1\*e2\_8 + 1\*e2\_9 + 1\*e2\_10 + 1\*e2\_11 + 1\*e2\_12 + 1\*e3\_1 + 1\*e3\_2 + 1\*e3\_3 + 1\*e3\_4 + 1\*e3\_5 + 1\*e3\_6 + 1\*e3\_7 + 1\*e3\_8 + 1\*e3\_9 + 1\*e3\_10 + 1\*e3\_11 + 1\*e3\_12 = 1\*0 + 1\*0 + 1\*0 + 1\*0 + 1\*0 + 1\*0 + 1\*0 + 1\*0 + 1\*0 + 1\*0 + 1\*0 + 1\*1 + 1\*0 + 1\*0 + 1\*0 + 1\*0 + 1\*0 + 1\*0 + 1\*0 + 1\*0 + 1\*1 + 1\*0 + 1\*0 + 1\*0 + 1\*0 + 1\*0 + 1\*0 + 1\*0 + 1\*0 + 1\*0 + 1\*1 + 1\*0 + 1\*0 + 1\*0 + 1\*1 + 1\*0 = 4

**Custo das unidades entregues com penalização de 10:**

CusE10 = 10\*f1\_1 + 10\*f1\_2 + 10\*f1\_3 + 10\*f1\_4 + 10\*f1\_5 + 10\*f1\_6 + 10\*f1\_7 + 10\*f1\_8 + 10\*f1\_9 + 10\*f1\_10 + 10\*f1\_11 + 10\*f1\_12 + 10\*f2\_1 + 10\*f2\_2 + 10\*f2\_3 + 10\*f2\_4 + 10\*f2\_5 + 10\*f2\_6 + 10\*f2\_7 + 10\*f2\_8 + 10\*f2\_9 + 10\*f2\_10 + 10\*f2\_11 + 10\*f2\_12 + 10\*f3\_1 + 10\*f3\_2 + 10\*f3\_3 + 10\*f3\_4 + 10\*f3\_5 + 10\*f3\_6 + 10\*f3\_7 + 10\*f3\_8 + 10\*f3\_9 + 10\*f3\_10 + 10\*f3\_11 + 10\*f3\_12 = 10\*0 + 10\*0 + 10\*0 + 10\*0 + 10\*0 + 10\*0 + 10\*0 + 10\*0 + 10\*0 + 10\*0 + 10\*0 + 10\*8 + 10\*0 + 10\*0 + 10\*0 + 10\*0 + 10\*0 + 10\*0 + 10\*0 + 10\*0 + 10\*0 + 10\*0 + 10\*0 + 10\*0 + 10\*0 + 10\*0 + 10\*0 + 10\*0 + 10\*0 + 10\*0 + 10\*7 + 10\*0 + 10\*0 + 10\*0 + 10\*3 + 10\*0 = 180

**Custo de mudança do tipo de sumo produzido:**

CusMud = 10\*z1 + 10\*z2+ 10\*z3 + 10\*z4 + 10\*z5 + 10\*z6 + 10\*z7 + 10\*z8 + 10\*z9 + 10\*z10 + 10\*z11 = 10\*1 + 10\*1 + 10\*1 + 10\*0 + 10\*1 + 10\*1 + 10\*1 + 10\*1 + 10\*1 + 10\*1+ 10\*1 = 100

**Cálculo total dos custos:**

(Cálculo da função objetivo)

min = CusC + CusS + CusStS + CusStC + CusE1 + CusE10 + CusMud = 51949 + 3094 + 1158 + 280 + 4 + 180 + 100 = 56765

Logo os cálculos que foram efetuados no *LPSolve* têm exatamente o mesmo resultado que aqueles que acabamos de calcular.

# Parte 3

**1 – Formulação do problema:**

No modelo da parte 2 deste trabalho, as mudanças do tipo de sumo apenas ocorrem no início do período. Contudo, nesta parte 3, é possível haver mudanças de tipo do sumo em qualquer dia do mês, mas apenas pode ocorrer, no máximo, uma mudança em cada mês.

A quantidade produzida de tipo de sumo na primeira parte de um mês é a soma da multiplicação da quantidade máxima armazenada por período com os valores da variável binária yi\_j\_k (i indica o tipo de sumo produzido na primeira parte do mês, j na segunda parte e k indica o mês) que permite saber como foi feita a produção, por exemplo, no mês de janeiro em que na primeira parte do mês se produz sumo de laranja:

x1\_1p1 <= 30\*y1\_1\_1 + 30\*y1\_2\_1 + 30\*y1\_3\_1.

Esta restrição indica que a produção de sumo de laranja na primeira parte do mês de janeiro será no máximo 30 independentemente do plano de produção. Se a produção fosse de 30 na primeira parte do mês, isso significaria que não se poderia produzir qualquer tipo de sumo na parte 2, pois a quantidade total máxima de sumo produzido por mês é 30.

Como se pode ver, foi necessária uma nova variável de designação xi\_jpk. Nesta variável, i é o tipo de sumo, j é o mês e k representa a parte do mês a que se refere esta produção, podendo tomar valor 1 ou 2, pois só há, no máximo, uma mudança de sumo produzido por mês, o que significa que os meses serão divididos em duas partes.

O mesmo acontece para quando o sumo, neste caso, de laranja, é produzido na segunda parte do mês:

x1\_1p2 <= 30\*y1\_1\_1 + 30\*y2\_1\_1 + 30\*y3\_1\_1.

A quantidade produzida de, por exemplo, sumo de laranja em janeiro, é a soma das quantidades produzidas deste sumo durante o mês de janeiro, nas duas possíveis partes:

x1\_1 = x1\_1p1 + x1\_1p2.

O mesmo se aplica aos outros meses e tipos de sumo.

É necessário também garantir que só se executa um plano de produção em cada mês, algo que pode ser visto na restrição a seguir, ilustrativa para o mês de janeiro:

y1\_1\_1 + y1\_2\_1 + y1\_3\_1 + y2\_1\_1 + y2\_2\_1 + y2\_3\_1 + y3\_1\_1 + y3\_2\_1 + y3\_3\_1 = 1.

Para garantir que apenas pode ocorrer, no máximo, uma mudança no tipo de sumo em cada mês, foram acrescentadas várias restrições do tipo da seguinte com uma abordagem semelhante, de modo a cobrir todos os casos possíveis de mudanças:

y1\_1\_1 + y2\_1\_1 + y3\_1\_1 + y2\_2\_1 + y3\_3\_1 = y1\_1\_2 + y1\_2\_2 + y1\_3\_2.

Quando começamos o mês de fevereiro com produção de laranja, como está no exemplo acima, podemos manter essa produção até ao fim do mês ou mudá-la a meio do mês e nesse caso há uma mudança no mês de fevereiro. Quando ocorre mudança de produção de um mês para o seguinte, consideramos que essa mudança ocorreu no fim do mês em questão e não no início do seguinte. Por isso, temos várias hipóteses para a produção no mês de janeiro de modo a que no mês de fevereiro a produção comece por ser de sumo de laranja. As mais simples são aquelas em que acabamos a produzir sumo de laranja em janeiro (y1\_1\_1, y2\_1\_1, y3\_1\_1), pois assim não haverá mudança de produção de um mês para o seguinte, o que garante que teremos no máximo uma mudança em janeiro, respeitando o enunciado. Depois, podemos ter ainda os casos em que não se acaba janeiro a produzir sumo de laranja, havendo mudança no fim do mês (y2\_2\_1, y3\_3\_1). Isto significa que já não poderá haver mudança a meio do mês de janeiro, daí nesta restrição produzir-se apenas maçã ou apenas pêra. Para os restantes meses e hipóteses de produção, o raciocínio seguido foi o mesmo.

**2 - Ficheiro de *input*:**

/\* Variáveis de decisão:

i=1->laranja; i=2->maçã; i=3->pêra

xi\_j: quantidade produzida do sumo i no mês j; i=1,2,3; j=1,2,...,12

ci\_j: quantidade comprada do concentrado i no mês j; i=1,2,3; j=1,2,...,12

si\_j: quantidade armazenada em stock do sumo i no mês j; i=1,2,3; j=1,2,...,12

ai\_j: quantidade armazenada em stock do concentrado i no mês j; i=1,2,3; j=1,2,...,12

ei\_j: quantidade de sumo i entregue no mês j com penalidade de 1 U.E.; i=1,2,3; j=1,2,...,12

fi\_j: quantidade de sumo i entregue no mês j com penalidade de 10 U.E.; i=1,2,3; j=1,2,...,12

xi\_jpk: quantidade produzida do sumo i no mês j na parte k do mês; i=1,2,3; j=1,2,…,12; k=1,2 \*/

/\* Função objetivo: minimizar os custos \*/

min: CusC + CusS + CusStS + CusStC + CusE1 + CusE10;

/\* Restrições \*/

/\* Quantidade inicial de sumo armazenada (será igual à final) \*/

s1\_1 = 20;

s2\_1 = 10;

s3\_1 = 10;

/\* Quantidade inicial de concentrado armazenada (será igual à final) \*/

a1\_1 = 16;

a2\_1 = 8;

a3\_1 = 6;

/\* Quantidade máxima de sumo produzida por período é menor ou igual que 30 \*/

x1\_1 + x2\_1 + x3\_1 <= 30;

x1\_2 + x2\_2 + x3\_2 <= 30;

x1\_3 + x2\_3 + x3\_3 <= 30;

x1\_4 + x2\_4 + x3\_4 <= 30;

x1\_5 + x2\_5 + x3\_5 <= 30;

x1\_6 + x2\_6 + x3\_6 <= 30;

x1\_7 + x2\_7 + x3\_7 <= 30;

x1\_8 + x2\_8 + x3\_8 <= 30;

x1\_9 + x2\_9 + x3\_9 <= 30;

x1\_10 + x2\_10 + x3\_10 <= 30;

x1\_11 + x2\_11 + x3\_11 <= 30;

x1\_12 + x2\_12 + x3\_12 <= 30;

/\* Quantidade máxima de sumo armazenada por período é menor ou igual que 40 \*/

s1\_1 + s2\_1 + s3\_1 <= 40;

s1\_2 + s2\_2 + s3\_2 <= 40;

s1\_3 + s2\_3 + s3\_3 <= 40;

s1\_4 + s2\_4 + s3\_4 <= 40;

s1\_5 + s2\_5 + s3\_5 <= 40;

s1\_6 + s2\_6 + s3\_6 <= 40;

s1\_7 + s2\_7 + s3\_7 <= 40;

s1\_8 + s2\_8 + s3\_8 <= 40;

s1\_9 + s2\_9 + s3\_9 <= 40;

s1\_10 + s2\_10 + s3\_10 <= 40;

s1\_11 + s2\_11 + s3\_11 <= 40;

s1\_12 + s2\_12 + s3\_12 <= 40;

/\* Quantidade máxima de concentrado armazenada por período é menor ou igual que 30 \*/

a1\_1 + a2\_1 + a3\_1 <= 30;

a1\_2 + a2\_2 + a3\_2 <= 30;

a1\_3 + a2\_3 + a3\_3 <= 30;

a1\_4 + a2\_4 + a3\_4 <= 30;

a1\_5 + a2\_5 + a3\_5 <= 30;

a1\_6 + a2\_6 + a3\_6 <= 30;

a1\_7 + a2\_7 + a3\_7 <= 30;

a1\_8 + a2\_8 + a3\_8 <= 30;

a1\_9 + a2\_9 + a3\_9 <= 30;

a1\_10 + a2\_10 + a3\_10 <= 30;

a1\_11 + a2\_11 + a3\_11 <= 30;

a1\_12 + a2\_12 + a3\_12 <= 30;

/\* Quantidade de sumo armazenada por período corresponde à soma da quantidade produzida com a quantidade armazenada do período anterior menos as quantidades que deviam ter sido entregues no mês anterior quer com penalização de 1U.M. ou de 10U.M. menos a quantidade pedida pelo cliente em janeiro mais a quantidade que devia ter sido entregue em janeiro, mas que vai ser entregue em fevereiro com penalização de 1U.M., mais a quantidade que devia ter sido entregue em janeiro, mas que vai ser entregue em fevereiro com penalização de 10U.M. \*/

s1\_2 = 20 + x1\_1 - e1\_12 - f1\_12 - 9 + e1\_1 + f1\_1;

s1\_3 = s1\_2 + x1\_2 - e1\_1 - f1\_1 - 9 + e1\_2 + f1\_2;

s1\_4 = s1\_3 + x1\_3 - e1\_2 - f1\_2 - 9 + e1\_3 + f1\_3;

s1\_5 = s1\_4 + x1\_4 - e1\_3 - f1\_3 - 12 + e1\_4 + f1\_4;

s1\_6 = s1\_5 + x1\_5 - e1\_4 - f1\_4 - 16 + e1\_5 + f1\_5;

s1\_7 = s1\_6 + x1\_6 - e1\_5 - f1\_5 - 17 + e1\_6 + f1\_6;

s1\_8 = s1\_7 + x1\_7 - e1\_6 - f1\_6 - 19 + e1\_7 + f1\_7;

s1\_9 = s1\_8 + x1\_8 - e1\_7 - f1\_7 - 19 + e1\_8 + f1\_8;

s1\_10 = s1\_9 + x1\_9 - e1\_8 - f1\_8 - 16 + e1\_9 + f1\_9;

s1\_11 = s1\_10 + x1\_10 - e1\_9 - f1\_9 - 12 + e1\_10 + f1\_10;

s1\_12 = s1\_11 + x1\_11 - e1\_10 - f1\_10 - 10 + e1\_11 + f1\_11;

20 = s1\_12 + x1\_12 - e1\_11 - f1\_11 - 9 + e1\_12 + f1\_12;

s2\_2 = 10 + x2\_1 - e2\_12 - f2\_12 - 5 + e2\_1 + f2\_1;

s2\_3 = s2\_2 + x2\_2 - e2\_1 - f2\_1 - 5 + e2\_2 + f2\_2;

s2\_4 = s2\_3 + x2\_3 - e2\_2 - f2\_2 - 5 + e2\_3 + f2\_3;

s2\_5 = s2\_4 + x2\_4 - e2\_3 - f2\_3 - 6 + e2\_4 + f2\_4;

s2\_6 = s2\_5 + x2\_5 - e2\_4 - f2\_4 - 8 + e2\_5 + f2\_5;

s2\_7 = s2\_6 + x2\_6 - e2\_5 - f2\_5 - 9 + e2\_6 + f2\_6;

s2\_8 = s2\_7 + x2\_7 - e2\_6 - f2\_6 - 10 + e2\_7 + f2\_7;

s2\_9 = s2\_8 + x2\_8 - e2\_7 - f2\_7 - 10 + e2\_8 + f2\_8;

s2\_10 = s2\_9 + x2\_9 - e2\_8 - f2\_8 - 8 + e2\_9 + f2\_9;

s2\_11 = s2\_10 + x2\_10 - e2\_9 - f2\_9 - 6 + e2\_10 + f2\_10;

s2\_12 = s2\_11 + x2\_11 - e2\_10 - f2\_10 - 5 + e2\_11 + f2\_11;

10 = s2\_12 + x2\_12 - e2\_11 - f2\_11 - 5 + e2\_12 + f2\_12;

s3\_2 = 10 + x3\_1 - e3\_12 - f3\_12 - 4 + e3\_1 + f3\_1;

s3\_3 = s3\_2 + x3\_2 - e3\_1 - f3\_1 - 4 + e3\_2 + f3\_2;

s3\_4 = s3\_3 + x3\_3 - e3\_2 - f3\_2 - 4 + e3\_3 + f3\_3;

s3\_5 = s3\_4 + x3\_4 - e3\_3 - f3\_3 - 5 + e3\_4 + f3\_4;

s3\_6 = s3\_5 + x3\_5 - e3\_4 - f3\_4 - 6 + e3\_5 + f3\_5;

s3\_7 = s3\_6 + x3\_6 - e3\_5 - f3\_5 - 7 + e3\_6 + f3\_6;

s3\_8 = s3\_7 + x3\_7 - e3\_6 - f3\_6 - 8 + e3\_7 + f3\_7;

s3\_9 = s3\_8 + x3\_8 - e3\_7 - f3\_7 - 8 + e3\_8 + f3\_8;

s3\_10 = s3\_9 + x3\_9 - e3\_8 - f3\_8 - 6 + e3\_9 + f3\_9;

s3\_11 = s3\_10 + x3\_10 - e3\_9 - f3\_9 - 5 + e3\_10 + f3\_10;

s3\_12 = s3\_11 + x3\_11 - e3\_10 - f3\_10 - 4 + e3\_11 + f3\_11;

10 = s3\_12 + x3\_12 - e3\_11 - f3\_11 - 4 + e3\_12 + f3\_12;

/\* Quantidade de concentrado armazenada por período corresponde à soma da quantidade comprada com a quantidade armazenada do período anterior menos a quantidade de sumo produzida \*/

c1\_1 + 16 - x1\_1 = a1\_2;

c1\_2 + a1\_2 - x1\_2 = a1\_3;

c1\_3 + a1\_3 - x1\_3 = a1\_4;

c1\_4 + a1\_4 - x1\_4 = a1\_5;

c1\_5 + a1\_5 - x1\_5 = a1\_6;

c1\_6 + a1\_6 - x1\_6 = a1\_7;

c1\_7 + a1\_7 - x1\_7 = a1\_8;

c1\_8 + a1\_8 - x1\_8 = a1\_9;

c1\_9 + a1\_9 - x1\_9 = a1\_10;

c1\_10 + a1\_10 - x1\_10 = a1\_11;

c1\_11 + a1\_11 - x1\_11 = a1\_12;

c1\_12 + a1\_12 - x1\_12 = 16;

c2\_1 + 8 - x2\_1 = a2\_2;

c2\_2 + a2\_2 - x2\_2 = a2\_3;

c2\_3 + a2\_3 - x2\_3 = a2\_4;

c2\_4 + a2\_4 - x2\_4 = a2\_5;

c2\_5 + a2\_5 - x2\_5 = a2\_6;

c2\_6 + a2\_6 - x2\_6 = a2\_7;

c2\_7 + a2\_7 - x2\_7 = a2\_8;

c2\_8 + a2\_8 - x2\_8 = a2\_9;

c2\_9 + a2\_9 - x2\_9 = a2\_10;

c2\_10 + a2\_10 - x2\_10 = a2\_11;

c2\_11 + a2\_11 - x2\_11 = a2\_12;

c2\_12 + a2\_12 - x2\_12 = 8;

c3\_1 + 6 - x3\_1 = a3\_2;

c3\_2 + a3\_2 - x3\_2 = a3\_3;

c3\_3 + a3\_3 - x3\_3 = a3\_4;

c3\_4 + a3\_4 - x3\_4 = a3\_5;

c3\_5 + a3\_5 - x3\_5 = a3\_6;

c3\_6 + a3\_6 - x3\_6 = a3\_7;

c3\_7 + a3\_7 - x3\_7 = a3\_8;

c3\_8 + a3\_8 - x3\_8 = a3\_9;

c3\_9 + a3\_9 - x3\_9 = a3\_10;

c3\_10 + a3\_10 - x3\_10 = a3\_11;

c3\_11 + a3\_11 - x3\_11 = a3\_12;

c3\_12 + a3\_12 - x3\_12 = 6;

/\* Restrições para unidades entregues em atraso (não se pode entregar mais que uma unidade em atraso com penalidade 1 por mês) \*/

e1\_1 + e2\_1 + e3\_1 <= 1;

e1\_2 + e2\_2 + e3\_2 <= 1;

e1\_3 + e2\_3 + e3\_3 <= 1;

e1\_4 + e2\_4 + e3\_4 <= 1;

e1\_5 + e2\_5 + e3\_5 <= 1;

e1\_6 + e2\_6 + e3\_6 <= 1;

e1\_7 + e2\_7 + e3\_7 <= 1;

e1\_8 + e2\_8 + e3\_8 <= 1;

e1\_9 + e2\_9 + e3\_9 <= 1;

e1\_10 + e2\_10 + e3\_10 <= 1;

e1\_11 + e2\_11 + e3\_11 <= 1;

e1\_12 + e2\_12 + e3\_12 <= 1;

/\* Restrições para que as quantidades em atraso sejam satisfeitas (quantidade produzida mais a quantidade em stock tem de ser maior ou igual que as entregas em atraso do mês anterior) \*/

x1\_1 + s1\_1 >= e1\_12 + f1\_12;

x1\_2 + s1\_2 >= e1\_1 + f1\_1;

x1\_3 + s1\_3 >= e1\_2 + f1\_2;

x1\_4 + s1\_4 >= e1\_3 + f1\_3;

x1\_5 + s1\_5 >= e1\_4 + f1\_4;

x1\_6 + s1\_6 >= e1\_5 + f1\_5;

x1\_7 + s1\_7 >= e1\_6 + f1\_6;

x1\_8 + s1\_8 >= e1\_7 + f1\_7;

x1\_9 + s1\_9 >= e1\_8 + f1\_8;

x1\_10 + s1\_10 >= e1\_9 + f1\_9;

x1\_11 + s1\_11 >= e1\_10 + f1\_10;

x1\_12 + s1\_12 >= e1\_11 + f1\_11;

x2\_1 + s2\_1 >= e2\_12 + f2\_12;

x2\_2 + s2\_2 >= e2\_1 + f2\_1;

x2\_3 + s2\_3 >= e2\_2 + f2\_2;

x2\_4 + s2\_4 >= e2\_3 + f2\_3;

x2\_5 + s2\_5 >= e2\_4 + f2\_4;

x2\_6 + s2\_6 >= e2\_5 + f2\_5;

x2\_7 + s2\_7 >= e2\_6 + f2\_6;

x2\_8 + s2\_8 >= e2\_7 + f2\_7;

x2\_9 + s2\_9 >= e2\_8 + f2\_8;

x2\_10 + s2\_10 >= e2\_9 + f2\_9;

x2\_11 + s2\_11 >= e2\_10 + f2\_10;

x2\_12 + s2\_12 >= e2\_11 + f2\_11;

x3\_1 + s3\_1 >= e3\_12 + f3\_12;

x3\_2 + s3\_2 >= e3\_1 + f3\_1;

x3\_3 + s3\_3 >= e3\_2 + f3\_2;

x3\_4 + s3\_4 >= e3\_3 + f3\_3;

x3\_5 + s3\_5 >= e3\_4 + f3\_4;

x3\_6 + s3\_6 >= e3\_5 + f3\_5;

x3\_7 + s3\_7 >= e3\_6 + f3\_6;

x3\_8 + s3\_8 >= e3\_7 + f3\_7;

x3\_9 + s3\_9 >= e3\_8 + f3\_8;

x3\_10 + s3\_10 >= e3\_9 + f3\_9;

x3\_11 + s3\_11 >= e3\_10 + f3\_10;

x3\_12 + s3\_12 >= e3\_11 + f3\_11;

/\* Quantidades entregues em atraso têm de ser menores ou iguais que a quantidade procurada \*/

e1\_1 + f1\_1 <= 9;

e1\_2 + f1\_2 <= 9;

e1\_3 + f1\_3 <= 9;

e1\_4 + f1\_4 <= 12;

e1\_5 + f1\_5 <= 16;

e1\_6 + f1\_6 <= 17;

e1\_7 + f1\_7 <= 19;

e1\_8 + f1\_8 <= 19;

e1\_9 + f1\_9 <= 16;

e1\_10 + f1\_10 <= 12;

e1\_11 + f1\_11 <= 10;

e1\_12 + f1\_12 <= 9;

e2\_1 + f2\_1 <= 5;

e2\_2 + f2\_2 <= 5;

e2\_3 + f2\_3 <= 5;

e2\_4 + f2\_4 <= 6;

e2\_5 + f2\_5 <= 8;

e2\_6 + f2\_6 <= 9;

e2\_7 + f2\_7 <= 10;

e2\_8 + f2\_8 <= 10;

e2\_9 + f2\_9 <= 8;

e2\_10 + f2\_10 <= 6;

e2\_11 + f2\_11 <= 5;

e2\_12 + f2\_12 <= 5;

e3\_1 + f3\_1 <= 4;

e3\_2 + f3\_2 <= 4;

e3\_3 + f3\_3 <= 4;

e3\_4 + f3\_4 <= 5;

e3\_5 + f3\_5 <= 6;

e3\_6 + f3\_6 <= 7;

e3\_7 + f3\_7 <= 8;

e3\_8 + f3\_8 <= 8;

e3\_9 + f3\_9 <= 6;

e3\_10 + f3\_10 <= 5;

e3\_11 + f3\_11 <= 4;

e3\_12 + f3\_12 <= 4;

/\* A quantidade pedida pelo cliente menos uma unidade multiplicada pelo número de entregas em atraso com penalidade de 1U.M. (quantidade será 0 ou 1) será maior ou igual que as entregas em atraso com penalidade de 10U.M. (a existir serão 1 ou mais). Com esta restrição fazemos com que só hajam entregas em atraso de penalidade 10 quando existirem entregas em atraso de penalidade 1, o que vai de encontro ao enunciado \*/

8 e1\_1 >= f1\_1;

8 e1\_2 >= f1\_2;

8 e1\_3 >= f1\_3;

11 e1\_4 >= f1\_4;

15 e1\_5 >= f1\_5;

16 e1\_6 >= f1\_6;

18 e1\_7 >= f1\_7;

18 e1\_8 >= f1\_8;

15 e1\_9 >= f1\_9;

11 e1\_10 >= f1\_10;

9 e1\_11 >= f1\_11;

8 e1\_12 >= f1\_12;

4 e2\_1 >= f2\_1;

4 e2\_2 >= f2\_2;

4 e2\_3 >= f2\_3;

5 e2\_4 >= f2\_4;

7 e2\_5 >= f2\_5;

8 e2\_6 >= f2\_6;

9 e2\_7 >= f2\_7;

9 e2\_8 >= f2\_8;

7 e2\_9 >= f2\_9;

5 e2\_10 >= f2\_10;

4 e2\_11 >= f2\_11;

4 e2\_12 >= f2\_12;

3 e3\_1 >= f3\_1;

3 e3\_2 >= f3\_2;

3 e3\_3 >= f3\_3;

4 e3\_4 >= f3\_4;

5 e3\_5 >= f3\_5;

6 e3\_6 >= f3\_6;

7 e3\_7 >= f3\_7;

7 e3\_8 >= f3\_8;

5 e3\_9 >= f3\_9;

4 e3\_10 >= f3\_10;

3 e3\_11 >= f3\_11;

3 e3\_12 >= f3\_12;

/\* Quantidade máxima de sumo i produzida no período j por parte k é 30 \*/

x1\_1p1 <= 30\*y1\_1\_1 + 30\*y1\_2\_1 + 30\*y1\_3\_1;

x2\_1p1 <= 30\*y2\_1\_1 + 30\*y2\_2\_1 + 30\*y2\_3\_1;

x3\_1p1 <= 30\*y3\_1\_1 + 30\*y3\_2\_1 + 30\*y3\_3\_1;

x1\_1p2 <= 30\*y1\_1\_1 + 30\*y2\_1\_1 + 30\*y3\_1\_1;

x2\_1p2 <= 30\*y1\_2\_1 + 30\*y2\_2\_1 + 30\*y3\_2\_1;

x3\_1p2 <= 30\*y1\_3\_1 + 30\*y2\_3\_1 + 30\*y3\_3\_1;

/\* Quantidade de um determinado tipo de sumo produzida num mês é igual à soma das quantidades produzidas na primeira e na segunda parte do mês \*/

x1\_1 = x1\_1p1 + x1\_1p2;

x2\_1 = x2\_1p1 + x2\_1p2;

x3\_1 = x3\_1p1 + x3\_1p2;

x1\_2p1 <= 30y1\_1\_2 + 30y1\_2\_2 + 30y1\_3\_2;

x2\_2p1 <= 30y2\_1\_2 + 30y2\_2\_2 + 30y2\_3\_2;

x3\_2p1 <= 30y3\_1\_2 + 30y3\_2\_2 + 30y3\_3\_2;

x1\_2p2 <= 30y1\_1\_2 + 30y2\_1\_2 + 30y3\_1\_2;

x2\_2p2 <= 30y1\_2\_2 + 30y2\_2\_2 + 30y3\_2\_2;

x3\_2p2 <= 30y1\_3\_2 + 30y2\_3\_2 + 30y3\_3\_2;

x1\_2 = x1\_2p1 + x1\_2p2;

x2\_2 = x2\_2p1 + x2\_2p2;

x3\_2 = x3\_2p1 + x3\_2p2;

x1\_3p1 <= 30y1\_1\_3 + 30y1\_2\_3 + 30y1\_3\_3;

x2\_3p1 <= 30y2\_1\_3 + 30y2\_2\_3 + 30y2\_3\_3;

x3\_3p1 <= 30y3\_1\_3 + 30y3\_2\_3 + 30y3\_3\_3;

x1\_3p2 <= 30y1\_1\_3 + 30y2\_1\_3 + 30y3\_1\_3;

x2\_3p2 <= 30y1\_2\_3 + 30y2\_2\_3 + 30y3\_2\_3;

x3\_3p2 <= 30y1\_3\_3 + 30y2\_3\_3 + 30y3\_3\_3;

x1\_3 = x1\_3p1 + x1\_1p2;

x2\_3 = x2\_3p1 + x2\_1p2;

x3\_3 = x3\_3p1 + x3\_1p2;

x1\_4p1 <= 30y1\_1\_4 + 30y1\_2\_4 + 30y1\_3\_4;

x2\_4p1 <= 30y2\_1\_4 + 30y2\_2\_4 + 30y2\_3\_4;

x3\_4p1 <= 30y3\_1\_4 + 30y3\_2\_4 + 30y3\_3\_4;

x1\_4p2 <= 30y1\_1\_4 + 30y2\_1\_4 + 30y3\_1\_4;

x2\_4p2 <= 30y1\_2\_4 + 30y2\_2\_4 + 30y3\_2\_4;

x3\_4p2 <= 30y1\_3\_4 + 30y2\_3\_4 + 30y3\_3\_4;

x1\_4 = x1\_4p1 + x1\_4p2;

x2\_4 = x2\_4p1 + x2\_4p2;

x3\_4 = x3\_4p1 + x3\_4p2;

x1\_5p1 <= 30y1\_1\_5 + 30y1\_2\_5 + 30y1\_3\_5;

x2\_5p1 <= 30y2\_1\_5 + 30y2\_2\_5 + 30y2\_3\_5;

x3\_5p1 <= 30y3\_1\_5 + 30y3\_2\_5 + 30y3\_3\_5;

x1\_5p2 <= 30y1\_1\_5 + 30y2\_1\_5 + 30y3\_1\_5;

x2\_5p2 <= 30y1\_2\_5 + 30y2\_2\_5 + 30y3\_2\_5;

x3\_5p2 <= 30y1\_3\_5 + 30y2\_3\_5 + 30y3\_3\_5;

x1\_5 = x1\_5p1 + x1\_5p2;

x2\_1 = x2\_5p1 + x2\_5p2;

x3\_1 = x3\_5p1 + x3\_5p2;

x1\_6p1 <= 30y1\_1\_6 + 30y1\_2\_6 + 30y1\_3\_6;

x2\_6p1 <= 30y2\_1\_6 + 30y2\_2\_6 + 30y2\_3\_6;

x3\_6p1 <= 30y3\_1\_6 + 30y3\_2\_6 + 30y3\_3\_6;

x1\_6p2 <= 30y1\_1\_6 + 30y2\_1\_6 + 30y3\_1\_6;

x2\_6p2 <= 30y1\_2\_6 + 30y2\_2\_6 + 30y3\_2\_6;

x3\_6p2 <= 30y1\_3\_6 + 30y2\_3\_6 + 30y3\_3\_6;

x1\_6 = x1\_6p1 + x1\_6p2;

x2\_6 = x2\_6p1 + x2\_6p2;

x3\_6 = x3\_6p1 + x3\_6p2;

x1\_7p1 <= 30y1\_1\_7 + 30y1\_2\_7 + 30y1\_3\_7;

x2\_7p1 <= 30y2\_1\_7 + 30y2\_2\_7 + 30y2\_3\_7;

x3\_7p1 <= 30y3\_1\_7 + 30y3\_2\_7 + 30y3\_3\_7;

x1\_7p2 <= 30y1\_1\_7 + 30y2\_1\_7 + 30y3\_1\_7;

x2\_7p2 <= 30y1\_2\_7 + 30y2\_2\_7 + 30y3\_2\_7;

x3\_7p2 <= 30y1\_3\_7 + 30y2\_3\_7 + 30y3\_3\_7;

x1\_7 = x1\_7p1 + x1\_7p2;

x2\_7 = x2\_7p1 + x2\_7p2;

x3\_7 = x3\_7p1 + x3\_7p2;

x1\_8p1 <= 30y1\_1\_8 + 30y1\_2\_8 + 30y1\_3\_8;

x2\_8p1 <= 30y2\_1\_8 + 30y2\_2\_8 + 30y2\_3\_8;

x3\_8p1 <= 30y3\_1\_8 + 30y3\_2\_8 + 30y3\_3\_8;

x1\_8p2 <= 30y1\_1\_8 + 30y2\_1\_8 + 30y3\_1\_8;

x2\_8p2 <= 30y1\_2\_8 + 30y2\_2\_8 + 30y3\_2\_8;

x3\_8p2 <= 30y1\_3\_8 + 30y2\_3\_8 + 30y3\_3\_8;

x1\_8 = x1\_8p1 + x1\_8p2;

x2\_8 = x2\_8p1 + x2\_8p2;

x3\_8 = x3\_8p1 + x3\_8p2;

x1\_9p1 <= 30y1\_1\_9 + 30y1\_2\_9 + 30y1\_3\_9;

x2\_9p1 <= 30y2\_1\_9 + 30y2\_2\_9 + 30y2\_3\_9;

x3\_9p1 <= 30y3\_1\_9 + 30y3\_2\_9 + 30y3\_3\_9;

x1\_9p2 <= 30y1\_1\_9 + 30y2\_1\_9 + 30y3\_1\_9;

x2\_9p2 <= 30y1\_2\_9 + 30y2\_2\_9 + 30y3\_2\_9;

x3\_9p2 <= 30y1\_3\_9 + 30y2\_3\_9 + 30y3\_3\_9;

x1\_9 = x1\_9p1 + x1\_9p2;

x2\_9 = x2\_9p1 + x2\_9p2;

x3\_9 = x3\_9p1 + x3\_9p2;

x1\_10p1 <= 30y1\_1\_10 + 30y1\_2\_10 + 30y1\_3\_10;

x2\_10p1 <= 30y2\_1\_10 + 30y2\_2\_10 + 30y2\_3\_10;

x3\_10p1 <= 30y3\_1\_10 + 30y3\_2\_10 + 30y3\_3\_10;

x1\_10p2 <= 30y1\_1\_10 + 30y2\_1\_10 + 30y3\_1\_10;

x2\_10p2 <= 30y1\_2\_10 + 30y2\_2\_10 + 30y3\_2\_10;

x3\_10p2 <= 30y1\_3\_10 + 30y2\_3\_10 + 30y3\_3\_10;

x1\_10 = x1\_10p1 + x1\_10p2;

x2\_10 = x2\_10p1 + x2\_10p2;

x3\_10 = x3\_10p1 + x3\_10p2;

x1\_11p1 <= 30y1\_1\_11 + 30y1\_2\_11 + 30y1\_3\_11;

x2\_11p1 <= 30y2\_1\_11 + 30y2\_2\_11 + 30y2\_3\_11;

x3\_11p1 <= 30y3\_1\_11 + 30y3\_2\_11 + 30y3\_3\_11;

x1\_11p2 <= 30y1\_1\_11 + 30y2\_1\_11 + 30y3\_1\_11;

x2\_11p2 <= 30y1\_2\_11 + 30y2\_2\_11 + 30y3\_2\_11;

x3\_11p2 <= 30y1\_3\_11 + 30y2\_3\_11 + 30y3\_3\_11;

x1\_11 = x1\_11p1 + x1\_11p2;

x2\_11 = x2\_11p1 + x2\_11p2;

x3\_11 = x3\_11p1 + x3\_11p2;

x1\_12p1 <= 30y1\_1\_12 + 30y1\_2\_12 + 30y1\_3\_12;

x2\_12p1 <= 30y2\_1\_12 + 30y2\_2\_12 + 30y2\_3\_12;

x3\_12p1 <= 30y3\_1\_12 + 30y3\_2\_12 + 30y3\_3\_12;

x1\_12p2 <= 30y1\_1\_12 + 30y2\_1\_12 + 30y3\_1\_12;

x2\_12p2 <= 30y1\_2\_12 + 30y2\_2\_12 + 30y3\_2\_12;

x3\_12p2 <= 30y1\_3\_12 + 30y2\_3\_12 + 30y3\_3\_12;

x1\_12 = x1\_12p1 + x1\_12p2;

x2\_12 = x2\_12p1 + x2\_12p2;

x3\_12 = x3\_12p1 + x3\_12p2;

/\* Há apenas um tipo de produção de sumo por mês (ou seja, podem-se produzir apenas dois tipos de sumo por mês numa determinada ordem) \*/

y1\_1\_1 + y1\_2\_1 + y1\_3\_1 + y2\_1\_1 + y2\_2\_1 + y2\_3\_1 + y3\_1\_1 + y3\_2\_1 + y3\_3\_1 = 1;

y1\_1\_2 + y1\_2\_2 + y1\_3\_2 + y2\_1\_2 + y2\_2\_2 + y2\_3\_2 + y3\_1\_2 + y3\_2\_2 + y3\_3\_2 = 1;

y1\_1\_3 + y1\_2\_3 + y1\_3\_3 + y2\_1\_3 + y2\_2\_3 + y2\_3\_3 + y3\_1\_3 + y3\_2\_3 + y3\_3\_3 = 1;

y1\_1\_4 + y1\_2\_4 + y1\_3\_4 + y2\_1\_4 + y2\_2\_4 + y2\_3\_4 + y3\_1\_4 + y3\_2\_4 + y3\_3\_4 = 1;

y1\_1\_5 + y1\_2\_5 + y1\_3\_5 + y2\_1\_5 + y2\_2\_5 + y2\_3\_5 + y3\_1\_5 + y3\_2\_5 + y3\_3\_5 = 1;

y1\_1\_6 + y1\_2\_6 + y1\_3\_6 + y2\_1\_6 + y2\_2\_6 + y2\_3\_6 + y3\_1\_6 + y3\_2\_6 + y3\_3\_6 = 1;

y1\_1\_7 + y1\_2\_7 + y1\_3\_7 + y2\_1\_7 + y2\_2\_7 + y2\_3\_7 + y3\_1\_7 + y3\_2\_7 + y3\_3\_7 = 1;

y1\_1\_8 + y1\_2\_8 + y1\_3\_8 + y2\_1\_8 + y2\_2\_8 + y2\_3\_8 + y3\_1\_8 + y3\_2\_8 + y3\_3\_8 = 1;

y1\_1\_9 + y1\_2\_9 + y1\_3\_9 + y2\_1\_9 + y2\_2\_9 + y2\_3\_9 + y3\_1\_9 + y3\_2\_9 + y3\_3\_9 = 1;

y1\_1\_10 + y1\_2\_10 + y1\_3\_10 + y2\_1\_10 + y2\_2\_10 + y2\_3\_10 + y3\_1\_10 + y3\_2\_10 + y3\_3\_10 = 1;

y1\_1\_11 + y1\_2\_11 + y1\_3\_11 + y2\_1\_11 + y2\_2\_11 + y2\_3\_11 + y3\_1\_11 + y3\_2\_11 + y3\_3\_11 = 1;

y1\_1\_12 + y1\_2\_12 + y1\_3\_12 + y2\_1\_12 + y2\_2\_12 + y2\_3\_12 + y3\_1\_12 + y3\_2\_12 + y3\_3\_12 = 1;

/\* Há apenas uma mudança por mês do tipo de sumo produzido \*/

y1\_1\_1 + y2\_1\_1 + y3\_1\_1 + y2\_2\_1 + y3\_3\_1 = y1\_1\_2 + y1\_2\_2 + y1\_3\_2;

y1\_2\_1 + y2\_2\_1 + y3\_2\_1 + y1\_1\_1 + y3\_3\_1 = y2\_1\_2 + y2\_2\_2 + y2\_3\_2;

y1\_3\_1 + y2\_3\_1 + y3\_3\_1 + y1\_1\_1 + y2\_2\_1 = y3\_1\_2 + y3\_2\_2 + y3\_3\_2;

y1\_1\_2 + y2\_1\_2 + y3\_1\_2 + y2\_2\_2 + y3\_3\_2 = y1\_1\_3 + y1\_2\_3 + y1\_3\_3;

y1\_2\_2 + y2\_2\_2 + y3\_2\_2 + y1\_1\_2 + y3\_3\_2 = y2\_1\_3 + y2\_2\_3 + y2\_3\_3;

y1\_3\_2 + y2\_3\_2 + y3\_3\_2 + y1\_1\_2 + y2\_2\_2 = y3\_1\_3 + y3\_2\_3 + y3\_3\_3;

y1\_1\_3 + y2\_1\_3 + y3\_1\_3 + y2\_2\_3 + y3\_3\_3 = y1\_1\_4 + y1\_2\_4 + y1\_3\_4;

y1\_2\_3 + y2\_2\_3 + y3\_2\_3 + y1\_1\_3 + y3\_3\_3 = y2\_1\_4 + y2\_2\_4 + y2\_3\_4;

y1\_3\_3 + y2\_3\_3 + y3\_3\_3 + y1\_1\_3 + y2\_2\_3 = y3\_1\_4 + y3\_2\_4 + y3\_3\_4;

y1\_1\_4 + y2\_1\_4 + y3\_1\_4 + y2\_2\_4 + y3\_3\_4 = y1\_1\_5 + y1\_2\_5 + y1\_3\_5;

y1\_2\_4 + y2\_2\_4 + y3\_2\_4 + y1\_1\_4 + y3\_3\_4 = y2\_1\_5 + y2\_2\_5 + y2\_3\_5;

y1\_3\_4 + y2\_3\_4 + y3\_3\_4 + y1\_1\_4 + y2\_2\_4 = y3\_1\_5 + y3\_2\_5 + y3\_3\_5;

y1\_1\_5 + y2\_1\_5 + y3\_1\_5 + y2\_2\_5 + y3\_3\_5 = y1\_1\_6 + y1\_2\_6 + y1\_3\_6;

y1\_2\_5 + y2\_2\_5 + y3\_2\_5 + y1\_1\_5 + y3\_3\_5 = y2\_1\_6 + y2\_2\_6 + y2\_3\_6;

y1\_3\_5 + y2\_3\_5 + y3\_3\_5 + y1\_1\_5 + y2\_2\_5 = y3\_1\_6 + y3\_2\_6 + y3\_3\_6;

y1\_1\_6 + y2\_1\_6 + y3\_1\_6 + y2\_2\_6 + y3\_3\_6 = y1\_1\_7 + y1\_2\_7 + y1\_3\_7;

y1\_2\_6 + y2\_2\_6 + y3\_2\_6 + y1\_1\_6 + y3\_3\_6 = y2\_1\_7 + y2\_2\_7 + y2\_3\_7;

y1\_3\_6 + y2\_3\_6 + y3\_3\_6 + y1\_1\_6 + y2\_2\_6 = y3\_1\_7 + y3\_2\_7 + y3\_3\_7;

y1\_1\_7 + y2\_1\_7 + y3\_1\_7 + y2\_2\_7 + y3\_3\_7 = y1\_1\_8 + y1\_2\_8 + y1\_3\_8;

y1\_2\_7 + y2\_2\_7 + y3\_2\_7 + y1\_1\_7 + y3\_3\_7 = y2\_1\_8 + y2\_2\_8 + y2\_3\_8;

y1\_3\_7 + y2\_3\_7 + y3\_3\_7 + y1\_1\_7 + y2\_2\_7 = y3\_1\_8 + y3\_2\_8 + y3\_3\_8;

y1\_1\_8 + y2\_1\_8 + y3\_1\_8 + y2\_2\_8 + y3\_3\_8 = y1\_1\_9 + y1\_2\_9 + y1\_3\_9;

y1\_2\_8 + y2\_2\_8 + y3\_2\_8 + y1\_1\_8 + y3\_3\_8 = y2\_1\_9 + y2\_2\_9 + y2\_3\_9;

y1\_3\_8 + y2\_3\_8 + y3\_3\_8 + y1\_1\_8 + y2\_2\_8 = y3\_1\_9 + y3\_2\_9 + y3\_3\_9;

y1\_1\_9 + y2\_1\_9 + y3\_1\_9 + y2\_2\_9 + y3\_3\_9 = y1\_1\_10 + y1\_2\_10 + y1\_3\_10;

y1\_2\_9 + y2\_2\_9 + y3\_2\_9 + y1\_1\_9 + y3\_3\_9 = y2\_1\_10 + y2\_2\_10 + y2\_3\_10;

y1\_3\_9 + y2\_3\_9 + y3\_3\_9 + y1\_1\_9 + y2\_2\_9 = y3\_1\_10 + y3\_2\_10 + y3\_3\_10;

y1\_1\_10 + y2\_1\_10 + y3\_1\_10 + y2\_2\_10 + y3\_3\_10 = y1\_1\_11 + y1\_2\_11 + y1\_3\_11;

y1\_2\_10 + y2\_2\_10 + y3\_2\_10 + y1\_1\_10 + y3\_3\_10 = y2\_1\_11 + y2\_2\_11 + y2\_3\_11;

y1\_3\_10 + y2\_3\_10 + y3\_3\_10 + y1\_1\_10 + y2\_2\_10 = y3\_1\_11 + y3\_2\_11 + y3\_3\_11;

y1\_1\_11 + y2\_1\_11 + y3\_1\_11 + y2\_2\_11 + y3\_3\_11 = y1\_1\_12 + y1\_2\_12 + y1\_3\_12;

y1\_2\_11 + y2\_2\_11 + y3\_2\_11 + y1\_1\_11 + y3\_3\_11 = y2\_1\_12 + y2\_2\_12 + y2\_3\_12;

y1\_3\_11 + y2\_3\_11 + y3\_3\_11 + y1\_1\_11 + y2\_2\_11 = y3\_1\_12 + y3\_2\_12 + y3\_3\_12;

/\* Custos Totais \*/

/\* Custos Concentrado \*/

CusC = 180\*c1\_1 + 200\*c1\_2 + 180\*c1\_3 + 200\*c1\_4 + 180\*c1\_5 + 200\*c1\_6 + 180\*c1\_7 + 200\*c1\_8 + 180\*c1\_9 + 200\*c1\_10 + 180\*c1\_11 + 200\*c1\_12 + 231c2\_1 + 199c2\_2 + 187c2\_3 + 198c2\_4 + 210c2\_5 + 208c2\_6 + 211c2\_7 + 220c2\_8 + 217c2\_9 + 216c2\_10 + 221c2\_11 + 217c2\_12 + 116c3\_1 + 116c3\_2 + 124c3\_3 + 120c3\_4 + 132c3\_5 + 128c3\_6 + 136c3\_7 + 116c3\_8 + 120c3\_9 + 108c3\_10 + 100c3\_11 + 116c3\_12;

/\* Custos Sumos \*/

CusS = 10\*x1\_1 + 10\*x2\_1 + 10\*x3\_1 + 10\*x1\_2 + 10\*x2\_2 + 10\*x3\_2 + 10\*x1\_3 + 10\*x2\_3 + 10\*x3\_3 + 10\*x1\_4 + 10\*x2\_4 + 10\*x3\_4 + 10\*x1\_5 + 10\*x2\_5 + 10\*x3\_5 + 10\*x1\_6 + 10\*x2\_6 + 10\*x3\_6 + 10\*x1\_7 + 10\*x2\_7 + 10\*x3\_7 + 12\*x1\_8 + 12\*x2\_8 + 12\*x3\_8 + 10\*x1\_9 + 10\*x2\_9 + 10\*x3\_9 + 10\*x1\_10 + 10\*x2\_10 + 10\*x3\_10 + 10\*x1\_11 + 10\*x2\_11 + 10\*x3\_11 + 10\*x1\_12 + 10\*x2\_12 + 10\*x3\_12;

/\* Custo do Stock de Sumos \*/

CusStS = 3\*s1\_1 + 3\*s1\_2 + 3\*s1\_3 + 3\*s1\_4 + 3\*s1\_5 + 3\*s1\_6 + 3\*s1\_7 + 3\*s1\_8 + 3\*s1\_9 + 3\*s1\_10 + 3\*s1\_11 + 3\*s1\_12 + 3\*s2\_1 + 3\*s2\_2 + 3\*s2\_3 + 3\*s2\_4 + 3\*s2\_5 + 3\*s2\_6 + 3\*s2\_7 + 3\*s2\_8 + 3\*s2\_9 + 3\*s2\_10 + 3\*s2\_11 + 3\*s2\_12 + 3\*s3\_1 + 3\*s3\_2 + 3\*s3\_3 + 3\*s3\_4 + 3\*s3\_5 + 3\*s3\_6 + 3\*s3\_7 + 3\*s3\_8 + 3\*s3\_9 + 3\*s3\_10 + 3\*s3\_11 + 3\*s3\_12;

/\* Custo do Stock de Concentrados \*/

CusStC = 1\*a1\_1 + 1\*a1\_2 + 1\*a1\_3 + 1\*a1\_4 + 1\*a1\_5 + 1\*a1\_6 + 1\*a1\_7 + 1\*a1\_8 + 1\*a1\_9 + 1\*a1\_10 + 1\*a1\_11 + 1\*a1\_12 + 1\*a2\_1 + 1\*a2\_2 + 1\*a2\_3 + 1\*a2\_4 + 1\*a2\_5 + 1\*a2\_6 + 1\*a2\_7 + 1\*a2\_8 + 1\*a2\_9 + 1\*a2\_10 + 1\*a2\_11 + 1\*a2\_12 + 1\*a3\_1 + 1\*a3\_2 + 1\*a3\_3 + 1\*a3\_4 + 1\*a3\_5 + 1\*a3\_6 + 1\*a3\_7 + 1\*a3\_8 + 1\*a3\_9 + 1\*a3\_10 + 1\*a3\_11 + 1\*a3\_12;

/\* Custo das unidades entregues com penalização de 1 \*/

CusE1 = 1\*e1\_1 + 1\*e1\_2 + 1\*e1\_3 + 1\*e1\_4 + 1\*e1\_5 + 1\*e1\_6 + 1\*e1\_7 + 1\*e1\_8 + 1\*e1\_9 + 1\*e1\_10 + 1\*e1\_11 + 1\*e1\_12 + 1\*e2\_1 + 1\*e2\_2 + 1\*e2\_3 + 1\*e2\_4 + 1\*e2\_5 + 1\*e2\_6 + 1\*e2\_7 + 1\*e2\_8 + 1\*e2\_9 + 1\*e2\_10 + 1\*e2\_11 + 1\*e2\_12 + 1\*e3\_1 + 1\*e3\_2 + 1\*e3\_3 + 1\*e3\_4 + 1\*e3\_5 + 1\*e3\_6 + 1\*e3\_7 + 1\*e3\_8 + 1\*e3\_9 + 1\*e3\_10 + 1\*e3\_11 + 1\*e3\_12;

/\* Custo das unidades entregues com penalização de 10 \*/

CusE10 = 10\*f1\_1 + 10\*f1\_2 + 10\*f1\_3 + 10\*f1\_4 + 10\*f1\_5 + 10\*f1\_6 + 10\*f1\_7 + 10\*f1\_8 + 10\*f1\_9 + 10\*f1\_10 + 10\*f1\_11 + 10\*f1\_12 + 10\*f2\_1 + 10\*f2\_2 + 10\*f2\_3 + 10\*f2\_4 + 10\*f2\_5 + 10\*f2\_6 + 10\*f2\_7 + 10\*f2\_8 + 10\*f2\_9 + 10\*f2\_10 + 10\*f2\_11 + 10\*f2\_12 + 10\*f3\_1 + 10\*f3\_2 + 10\*f3\_3 + 10\*f3\_4 + 10\*f3\_5 + 10\*f3\_6 + 10\*f3\_7 + 10\*f3\_8 + 10\*f3\_9 + 10\*f3\_10 + 10\*f3\_11 + 10\*f3\_12;

/\* Variável binária yi\_j\_k em que i é o tipo de sumo produzido na primeira parte do mês, j na segunda parte do mês e k o mês dessa produção.

Permite saber como foi feita a produção num dado mês, pois representa todas as mudanças possíveis em cada mês \*/

bin y1\_1\_1, y1\_2\_1, y1\_3\_1, y2\_1\_1, y2\_2\_1, y2\_3\_1, y3\_1\_1, y3\_2\_1, y3\_3\_1,

y1\_1\_2, y1\_2\_2, y1\_3\_2, y2\_1\_2, y2\_2\_2, y2\_3\_2, y3\_1\_2, y3\_2\_2, y3\_3\_2,

y1\_1\_3, y1\_2\_3, y1\_3\_3, y2\_1\_3, y2\_2\_3, y2\_3\_3, y3\_1\_3, y3\_2\_3, y3\_3\_3,

y1\_1\_4, y1\_2\_4, y1\_3\_4, y2\_1\_4, y2\_2\_4, y2\_3\_4, y3\_1\_4, y3\_2\_4, y3\_3\_4,

y1\_1\_5, y1\_2\_5, y1\_3\_5, y2\_1\_5, y2\_2\_5, y2\_3\_5, y3\_1\_5, y3\_2\_5, y3\_3\_5,

y1\_1\_6, y1\_2\_6, y1\_3\_6, y2\_1\_6, y2\_2\_6, y2\_3\_6, y3\_1\_6, y3\_2\_6, y3\_3\_6,

y1\_1\_7, y1\_2\_7, y1\_3\_7, y2\_1\_7, y2\_2\_7, y2\_3\_7, y3\_1\_7, y3\_2\_7, y3\_3\_7,

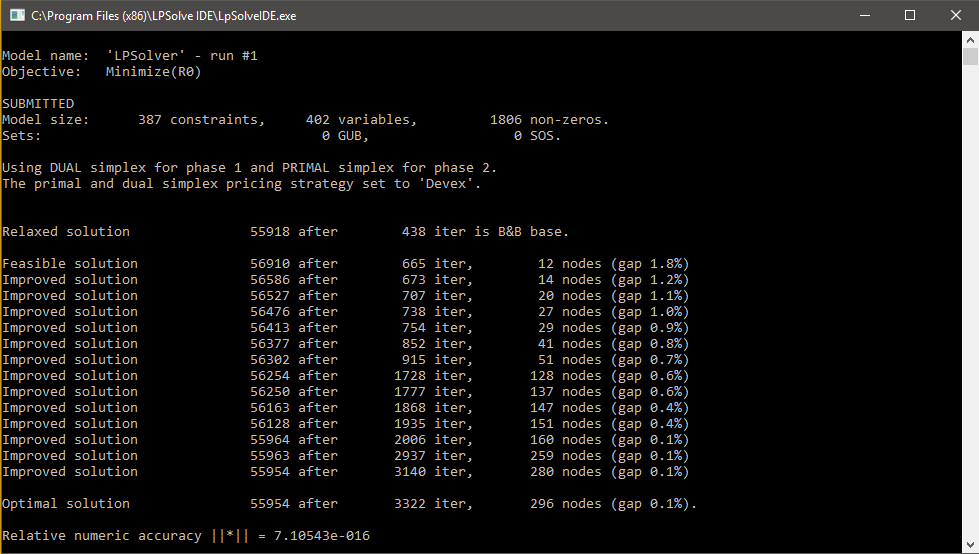
y1\_1\_8, y1\_2\_8, y1\_3\_8, y2\_1\_8, y2\_2\_8, y2\_3\_8, y3\_1\_8, y3\_2\_8, y3\_3\_8,

y1\_1\_9, y1\_2\_9, y1\_3\_9, y2\_1\_9, y2\_2\_9, y2\_3\_9, y3\_1\_9, y3\_2\_9, y3\_3\_9,

y1\_1\_10, y1\_2\_10, y1\_3\_10, y2\_1\_10, y2\_2\_10, y2\_3\_10, y3\_1\_10, y3\_2\_10, y3\_3\_10,

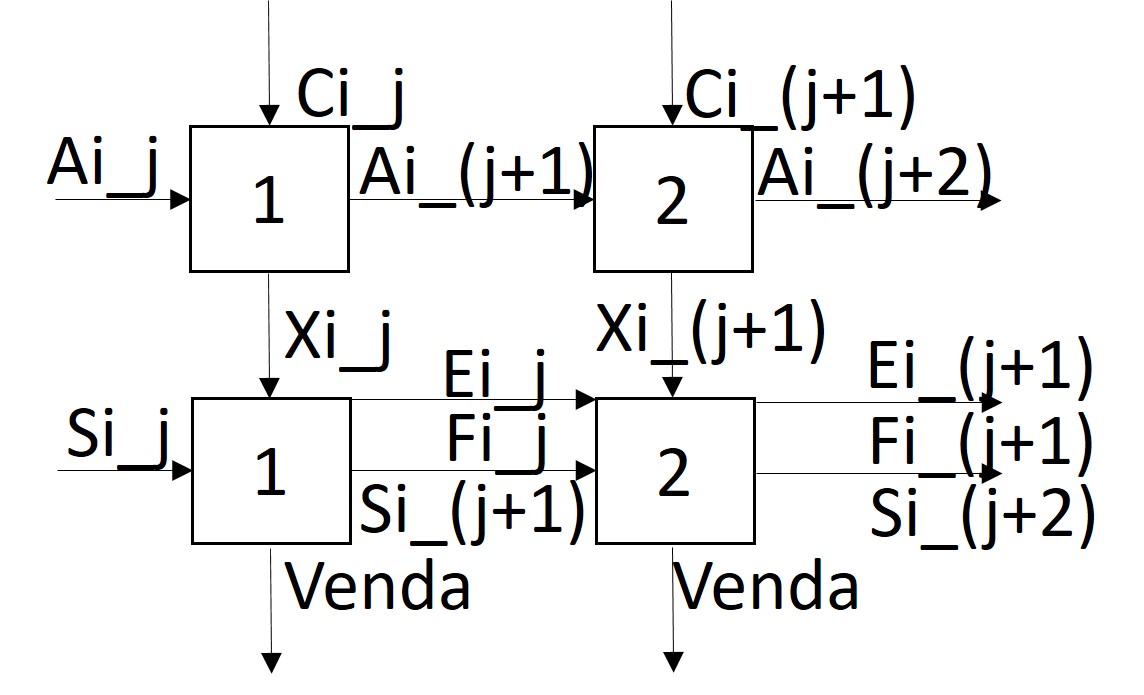
y1\_1\_11, y1\_2\_11, y1\_3\_11, y2\_1\_11, y2\_2\_11, y2\_3\_11, y3\_1\_11, y3\_2\_11, y3\_3\_11,

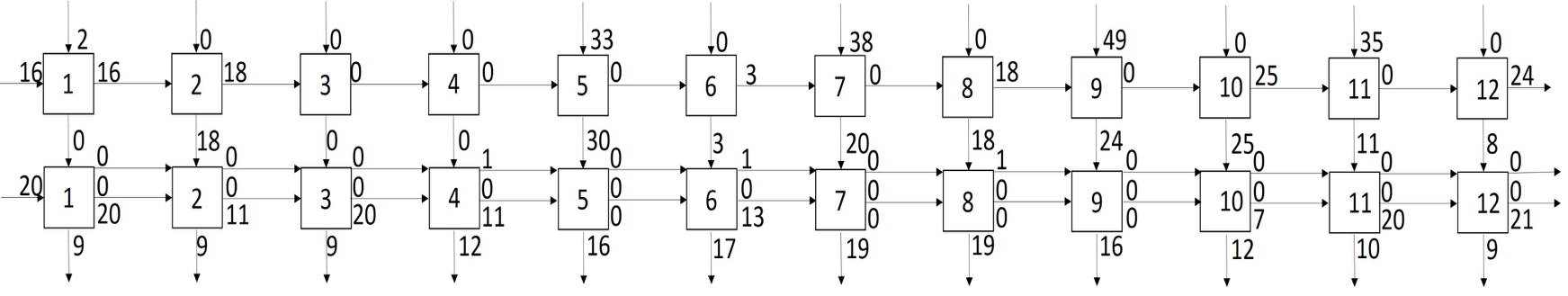
y1\_1\_12, y1\_2\_12, y1\_3\_12, y2\_1\_12, y2\_2\_12, y2\_3\_12, y3\_1\_12, y3\_2\_12, y3\_3\_12;

**3 - Ficheiro de *output*:**

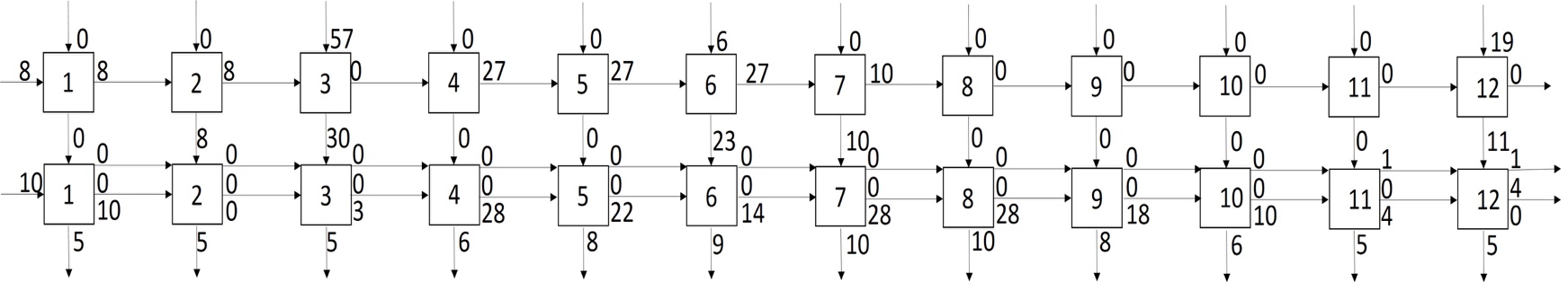
|  |  |
| --- | --- |
| **Variables** | **result** |
|  | 55954 |
| CusC | 51462 |
| CusS | 3100 |
| CusStS | 1077 |
| CusStC | 237 |
| CusE1 | 8 |
| CusE10 | 70,0000000000001 |
| s1\_1 | 20 |
| s2\_1 | 10 |
| s3\_1 | 10 |
| a1\_1 | 16 |
| a2\_1 | 8 |
| a3\_1 | 6 |
| x1\_1 | 0 |
| x2\_1 | 0 |
| x3\_1 | 2,99999999999999 |
| x1\_2 | 18 |
| x2\_2 | 8 |
| x3\_2 | 0 |
| x1\_3 | 0 |
| x2\_3 | 30 |
| x3\_3 | 0 |
| x1\_4 | 0 |
| x2\_4 | 0 |
| x3\_4 | 21 |
| x1\_5 | 30 |
| x2\_5 | 0 |
| x3\_5 | 0 |
| x1\_6 | 3 |
| x2\_6 | 23 |
| x3\_6 | 0 |
| x1\_7 | 20 |
| x2\_7 | 10 |
| x3\_7 | 0 |
| x1\_8 | 18 |
| x2\_8 | 0 |
| x3\_8 | 12 |
| x1\_9 | 24 |
| x2\_9 | 0 |
| x3\_9 | 5 |
| x1\_10 | 25 |
| x2\_10 | 0 |
| x3\_10 | 5 |
| x1\_11 | 11 |
| x2\_11 | 0 |
| x3\_11 | 19 |
| x1\_12 | 7,99999999999999 |
| x2\_12 | 11 |
| x3\_12 | 0 |
| s1\_2 | 11 |
| s2\_2 | 0 |
| s3\_2 | 8,99999999999999 |
| s1\_3 | 20 |
| s2\_3 | 3 |
| s3\_3 | 5 |
| s1\_4 | 11 |
| s2\_4 | 28 |
| s3\_4 | 0,999999999999996 |
| s1\_5 | 0 |
| s2\_5 | 22 |
| s3\_5 | 17 |
| s1\_6 | 13 |
| s2\_6 | 14 |
| s3\_6 | 11 |
| s1\_7 | 0 |
| s2\_7 | 28 |
| s3\_7 | 3,99999999999999 |
| s1\_8 | 0 |
| s2\_8 | 28 |
| s3\_8 | 0 |
| s1\_9 | 0 |
| s2\_9 | 18 |
| s3\_9 | 0 |
| s1\_10 | 7 |
| s2\_10 | 10 |
| s3\_10 | 0 |
| s1\_11 | 20 |
| s2\_11 | 4 |
| s3\_11 | 0 |
| s1\_12 | 21 |
| s2\_12 | 0 |
| s3\_12 | 14 |
| a1\_2 | 18 |
| a2\_2 | 8 |
| a3\_2 | 3,00000000000001 |
| a1\_3 | 0 |
| a2\_3 | 0 |
| a3\_3 | 3,00000000000001 |
| a1\_4 | 0 |
| a2\_4 | 27 |
| a3\_4 | 3,00000000000001 |
| a1\_5 | 0 |
| a2\_5 | 27 |
| a3\_5 | 0 |
| a1\_6 | 3 |
| a2\_6 | 27 |
| a3\_6 | 0 |
| a1\_7 | 0 |
| a2\_7 | 10 |
| a3\_7 | 0 |
| a1\_8 | 18 |
| a2\_8 | 0 |
| a3\_8 | 0 |
| a1\_9 | 0 |
| a2\_9 | 0 |
| a3\_9 | 5 |
| a1\_10 | 25 |
| a2\_10 | 0 |
| a3\_10 | 0 |
| a1\_11 | 0 |
| a2\_11 | 0 |
| a3\_11 | 0 |
| a1\_12 | 24 |
| a2\_12 | 0 |
| a3\_12 | 6 |
| e1\_12 | 0 |
| f1\_12 | 0 |
| e1\_1 | 0 |
| f1\_1 | 0 |
| e1\_2 | 0 |
| f1\_2 | 0 |
| e1\_3 | 0 |
| f1\_3 | 0 |
| e1\_4 | 1 |
| f1\_4 | 0 |
| e1\_5 | 0 |
| f1\_5 | 0 |
| e1\_6 | 1 |
| f1\_6 | 0 |
| e1\_7 | 0 |
| f1\_7 | 0 |
| e1\_8 | 1 |
| f1\_8 | 0 |
| e1\_9 | 0 |
| f1\_9 | 0 |
| e1\_10 | 0 |
| f1\_10 | 0 |
| e1\_11 | 0 |
| f1\_11 | 0 |
| e2\_12 | 1 |
| f2\_12 | 4 |
| e2\_1 | 0 |
| f2\_1 | 0 |
| e2\_2 | 0 |
| f2\_2 | 0 |
| e2\_3 | 0 |
| f2\_3 | 0 |
| e2\_4 | 0 |
| f2\_4 | 0 |
| e2\_5 | 0 |
| f2\_5 | 0 |
| e2\_6 | 0 |
| f2\_6 | 0 |
| e2\_7 | 0 |
| f2\_7 | 0 |
| e2\_8 | 0 |
| f2\_8 | 0 |
| e2\_9 | 0 |
| f2\_9 | 0 |
| e2\_10 | 0 |
| f2\_10 | 0 |
| e2\_11 | 1 |
| f2\_11 | 0 |
| e3\_12 | 0 |
| f3\_12 | 0 |
| e3\_1 | 0 |
| f3\_1 | 0 |
| e3\_2 | 0 |
| f3\_2 | 0 |
| e3\_3 | 0 |
| f3\_3 | 0 |
| e3\_4 | 0 |
| f3\_4 | 0 |
| e3\_5 | 0 |
| f3\_5 | 0 |
| e3\_6 | 0 |
| f3\_6 | 0 |
| e3\_7 | 1 |
| f3\_7 | 3,00000000000001 |
| e3\_8 | 0 |
| f3\_8 | 0 |
| e3\_9 | 1 |
| f3\_9 | 0 |
| e3\_10 | 1 |
| f3\_10 | 0 |
| e3\_11 | 0 |
| f3\_11 | 0 |
| c1\_1 | 2 |
| c1\_2 | 0 |
| c1\_3 | 0 |
| c1\_4 | 0 |
| c1\_5 | 33 |
| c1\_6 | 0 |
| c1\_7 | 38 |
| c1\_8 | 0 |
| c1\_9 | 49 |
| c1\_10 | 0 |
| c1\_11 | 35 |
| c1\_12 | 0 |
| c2\_1 | 0 |
| c2\_2 | 0 |
| c2\_3 | 57 |
| c2\_4 | 0 |
| c2\_5 | 0 |
| c2\_6 | 6 |
| c2\_7 | 0 |
| c2\_8 | 0 |
| c2\_9 | 0 |
| c2\_10 | 0 |
| c2\_11 | 0 |
| c2\_12 | 19 |
| c3\_1 | 0 |
| c3\_2 | 0 |
| c3\_3 | 0 |
| c3\_4 | 18 |
| c3\_5 | 0 |
| c3\_6 | 0 |
| c3\_7 | 0 |
| c3\_8 | 17 |
| c3\_9 | 0 |
| c3\_10 | 5 |
| c3\_11 | 25 |
| c3\_12 | 0 |
| x1\_1p1 | 0 |
| y1\_1\_1 | 0 |
| y1\_2\_1 | 0 |
| y1\_3\_1 | 0 |
| x2\_1p1 | 0 |
| y2\_1\_1 | 0 |
| y2\_2\_1 | 0 |
| y2\_3\_1 | 0 |
| x3\_1p1 | 2,99999999999999 |
| y3\_1\_1 | 1 |
| y3\_2\_1 | 0 |
| y3\_3\_1 | 0 |
| x1\_1p2 | 0 |
| x2\_1p2 | 0 |
| x3\_1p2 | 0 |
| x1\_2p1 | 18 |
| y1\_1\_2 | 0 |
| y1\_2\_2 | 1 |
| y1\_3\_2 | 0 |
| x2\_2p1 | 0 |
| y2\_1\_2 | 0 |
| y2\_2\_2 | 0 |
| y2\_3\_2 | 0 |
| x3\_2p1 | 0 |
| y3\_1\_2 | 0 |
| y3\_2\_2 | 0 |
| y3\_3\_2 | 0 |
| x1\_2p2 | 0 |
| x2\_2p2 | 8 |
| x3\_2p2 | 0 |
| x1\_3p1 | 0 |
| y1\_1\_3 | 0 |
| y1\_2\_3 | 0 |
| y1\_3\_3 | 0 |
| x2\_3p1 | 30 |
| y2\_1\_3 | 1 |
| y2\_2\_3 | 0 |
| y2\_3\_3 | 0 |
| x3\_3p1 | 0 |
| y3\_1\_3 | 0 |
| y3\_2\_3 | 0 |
| y3\_3\_3 | 0 |
| x1\_3p2 | 0 |
| x2\_3p2 | 0 |
| x3\_3p2 | 0 |
| x1\_4p1 | 0 |
| y1\_1\_4 | 0 |
| y1\_2\_4 | 0 |
| y1\_3\_4 | 1 |
| x2\_4p1 | 0 |
| y2\_1\_4 | 0 |
| y2\_2\_4 | 0 |
| y2\_3\_4 | 0 |
| x3\_4p1 | 0 |
| y3\_1\_4 | 0 |
| y3\_2\_4 | 0 |
| y3\_3\_4 | 0 |
| x1\_4p2 | 0 |
| x2\_4p2 | 0 |
| x3\_4p2 | 21 |
| x1\_5p1 | 0 |
| y1\_1\_5 | 0 |
| y1\_2\_5 | 0 |
| y1\_3\_5 | 0 |
| x2\_5p1 | 0 |
| y2\_1\_5 | 0 |
| y2\_2\_5 | 0 |
| y2\_3\_5 | 0 |
| x3\_5p1 | 2,99999999999999 |
| y3\_1\_5 | 1 |
| y3\_2\_5 | 0 |
| y3\_3\_5 | 0 |
| x1\_5p2 | 30 |
| x2\_5p2 | 0 |
| x3\_5p2 | 0 |
| x1\_6p1 | 3 |
| y1\_1\_6 | 0 |
| y1\_2\_6 | 1 |
| y1\_3\_6 | 0 |
| x2\_6p1 | 0 |
| y2\_1\_6 | 0 |
| y2\_2\_6 | 0 |
| y2\_3\_6 | 0 |
| x3\_6p1 | 0 |
| y3\_1\_6 | 0 |
| y3\_2\_6 | 0 |
| y3\_3\_6 | 0 |
| x1\_6p2 | 0 |
| x2\_6p2 | 23 |
| x3\_6p2 | 0 |
| x1\_7p1 | 0 |
| y1\_1\_7 | 0 |
| y1\_2\_7 | 0 |
| y1\_3\_7 | 0 |
| x2\_7p1 | 10 |
| y2\_1\_7 | 1 |
| y2\_2\_7 | 0 |
| y2\_3\_7 | 0 |
| x3\_7p1 | 0 |
| y3\_1\_7 | 0 |
| y3\_2\_7 | 0 |
| y3\_3\_7 | 0 |
| x1\_7p2 | 20 |
| x2\_7p2 | 0 |
| x3\_7p2 | 0 |
| x1\_8p1 | 18 |
| y1\_1\_8 | 0 |
| y1\_2\_8 | 0 |
| y1\_3\_8 | 1 |
| x2\_8p1 | 0 |
| y2\_1\_8 | 0 |
| y2\_2\_8 | 0 |
| y2\_3\_8 | 0 |
| x3\_8p1 | 0 |
| y3\_1\_8 | 0 |
| y3\_2\_8 | 0 |
| y3\_3\_8 | 0 |
| x1\_8p2 | 0 |
| x2\_8p2 | 0 |
| x3\_8p2 | 12 |
| x1\_9p1 | 0 |
| y1\_1\_9 | 0 |
| y1\_2\_9 | 0 |
| y1\_3\_9 | 0 |
| x2\_9p1 | 0 |
| y2\_1\_9 | 0 |
| y2\_2\_9 | 0 |
| y2\_3\_9 | 0 |
| x3\_9p1 | 5 |
| y3\_1\_9 | 1 |
| y3\_2\_9 | 0 |
| y3\_3\_9 | 0 |
| x1\_9p2 | 24 |
| x2\_9p2 | 0 |
| x3\_9p2 | 0 |
| x1\_10p1 | 25 |
| y1\_1\_10 | 0 |
| y1\_2\_10 | 0 |
| y1\_3\_10 | 1 |
| x2\_10p1 | 0 |
| y2\_1\_10 | 0 |
| y2\_2\_10 | 0 |
| y2\_3\_10 | 0 |
| x3\_10p1 | 0 |
| y3\_1\_10 | 0 |
| y3\_2\_10 | 0 |
| y3\_3\_10 | 0 |
| x1\_10p2 | 0 |
| x2\_10p2 | 0 |
| x3\_10p2 | 5 |
| x1\_11p1 | 0 |
| y1\_1\_11 | 0 |
| y1\_2\_11 | 0 |
| y1\_3\_11 | 0 |
| x2\_11p1 | 0 |
| y2\_1\_11 | 0 |
| y2\_2\_11 | 0 |
| y2\_3\_11 | 0 |
| x3\_11p1 | 19 |
| y3\_1\_11 | 1 |
| y3\_2\_11 | 0 |
| y3\_3\_11 | 0 |
| x1\_11p2 | 11 |
| x2\_11p2 | 0 |
| x3\_11p2 | 0 |
| x1\_12p1 | 7,99999999999999 |
| y1\_1\_12 | 0 |
| y1\_2\_12 | 1 |
| y1\_3\_12 | 0 |
| x2\_12p1 | 0 |
| y2\_1\_12 | 0 |
| y2\_2\_12 | 0 |
| y2\_3\_12 | 0 |
| x3\_12p1 | 0 |
| y3\_1\_12 | 0 |
| y3\_2\_12 | 0 |
| y3\_3\_12 | 0 |
| x1\_12p2 | 0 |
| x2\_12p2 | 11 |
| x3\_12p2 | 0 |

**4 - Plano de Produção:**

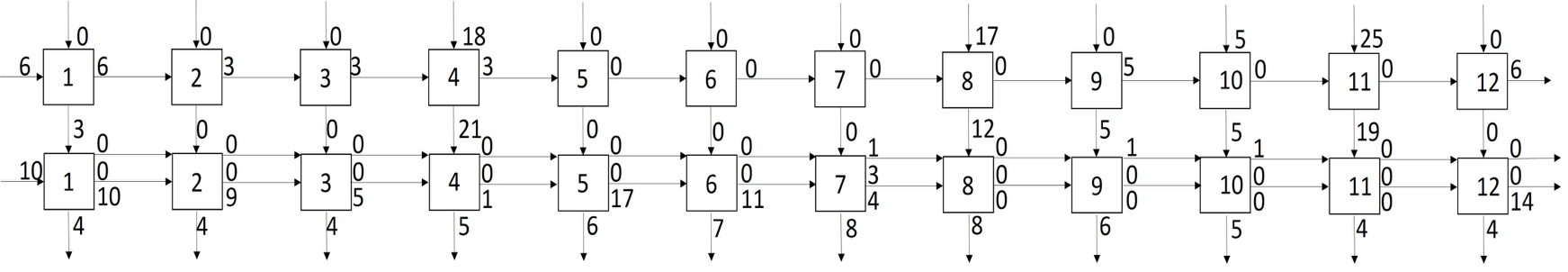
****

**Laranja:**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | JAN | FEV | MAR | ABR | MAI | JUN | JUL | AGO | SET | OUT | NOV | DEZ |
| Quantidade a comprar  concentrado | 2 | 0 | 0 | 0 | 33 | 0 | 38 | 0 | 49 | 0 | 35 | 0 |
| Quantidade a produzir  sumo | 0 | 18 | 0 | 0 | 30 | 3 | 20 | 18 | 24 | 25 | 11 | 8 |
| Quantidade armazenar  concentrado | 16 | 18 | 0 | 0 | 0 | 3 | 0 | 18 | 0 | 25 | 0 | 24 |
| Quantidade armazenar  sumo | 20 | 11 | 20 | 11 | 0 | 13 | 0 | 0 | 0 | 7 | 20 | 21 |
| Quantidade sumo entregue penalidade 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| Quantidade sumo entregue penalidade 10 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| Quantidade a produzir  Sumo na parte 1 | 0 | 18 | 0 | 0 | 0 | 3 | 0 | 18 | 0 | 25 | 0 | 8 |
| Quantidade a produzir  Sumo na parte 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 30 | 0 | 20 | 0 | 24 | 0 | 11 | 0 |
| Venda | 9 | 9 | 9 | 12 | 16 | 17 | 19 | 19 | 16 | 12 | 10 | 9 |

**Maçã:**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | JAN | FEV | MAR | ABR | MAI | JUN | JUL | AGO | SET | OUT | NOV | DEZ |
| Quantidade a comprar  concentrado | 0 | 0 | 57 | 0 | 0 | 6 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 19 |
| Quantidade a produzir  sumo | 0 | 8 | 30 | 0 | 0 | 23 | 10 | 0 | 0 | 0 | 0 | 11 |
| Quantidade armazenar  concentrado | 8 | 8 | 0 | 27 | 27 | 27 | 10 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| Quantidade armazenar  sumo | 10 | 0 | 3 | 28 | 22 | 14 | 28 | 28 | 18 | 10 | 4 | 0 |
| Quantidade sumo entregue penalidade 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| Quantidade sumo entregue penalidade 10 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 4 |
| Quantidade a produzir  Sumo na parte 1 | 0 | 0 | 30 | 0 | 0 | 0 | 10 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| Quantidade a produzir  Sumo na parte 2 | 0 | 8 | 0 | 0 | 0 | 23 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 11 |
| Venda | 5 | 5 | 5 | 6 | 8 | 9 | 10 | 10 | 8 | 6 | 5 | 5 |

**Pêra:**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | JAN | FEV | MAR | ABR | MAI | JUN | JUL | AGO | SET | OUT | NOV | DEZ |
| Quantidade a comprar  concentrado | 0 | 0 | 0 | 18 | 0 | 0 | 0 | 17 | 0 | 5 | 25 | 0 |
| Quantidade a produzir  sumo | 3 | 0 | 0 | 21 | 0 | 0 | 0 | 12 | 5 | 5 | 19 | 0 |
| Quantidade armazenar  concentrado | 6 | 3 | 3 | 3 | 0 | 0 | 0 | 0 | 5 | 0 | 0 | 6 |
| Quantidade armazenar  sumo | 10 | 9 | 5 | 1 | 17 | 11 | 4 | 0 | 0 | 0 | 0 | 14 |
| Quantidade sumo entregue penalidade 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| Quantidade sumo entregue penalidade 10 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 3 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| Quantidade a produzir  Sumo na parte 1 | 3 | 0 | 0 | 0 | 3 | 0 | 0 | 0 | 5 | 0 | 19 | 0 |
| Quantidade a produzir  Sumo na parte 2 | 0 | 0 | 0 | 21 | 0 | 0 | 0 | 12 | 0 | 5 | 0 | 0 |
| Venda | 4 | 4 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 8 | 6 | 5 | 4 | 4 |

**Variáveis binárias:**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| m= | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | Definição: |
| Y1\_1\_m | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | Produz-se laranja em ambas as partes do mês m |
| Y1\_2\_m | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | Produz-se laranja na 1ª parte do mês e maçã na 2ª do mês m |
| Y1\_3-m | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | Produz-se laranja na 1ª parte do mês e pêra na 2ª do mês m |
| Y2\_1\_m | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | Produz-se maçã na 1ª parte do mês e laranja na 2ª do mês m |
| Y2\_2\_m | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | Produz-se maçã em ambas as partes do mês m |
| Y2\_3\_m | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | Produz-se maçã na 1ª parte do mês e pêra na 2ª do mês m |
| Y3\_1\_m | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | Produz-se pêra na 1ª parte do mês e laranja na 2ª do mês m |
| Y3\_2\_m | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | Produz-se pêra na 1ª parte do mês e maçã na 2ª do mês m |
| Y3\_3\_m | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | Produz-se pêra em ambas as partes do mês m |

**5 – Verificar que é admissível, ou seja, que: i) há conservação de fluxo das quantidades em cada nó da rede, i.e., o fluxo que entra num nó é igual ao fluxo que sai do nó, ii) todas as restrições de capacidade são respeitadas. Mostrar também que o custo da solução ótima está correto, calculando separadamente, para cada tipo de sumo, os custos do concentrado**, **os custos do sumo, os custos do *stock* de sumos, os custos do *stock* de concentrados, o custo das unidades entregues com penalização de 1, o custo das unidades entregues com penalização de 10, e mostrando que a soma dos custos para os três produtos tem um valor igual ao da solução ótima.**

Para efetuar a verificação de que realmente existe conservação de fluxo em relação às quantidades que saem e entram iremos fazer uma análise fundamentada nos resultados obtidos no *LPSolve*.

1. **Análise dos concentrados:**

Concentrado de laranja;

c1\_1 + 16 - x1\_1 = a1\_2 ⇔ 2 + 16 – 0 = 18 ⇔ 18 = 18

c1\_2 + a1\_2 - x1\_2 = a1\_3 ⇔ 0 + 18 – 18 = 0 ⇔ 0 = 0

c1\_3 + a1\_3 - x1\_3 = a1\_4 ⇔ 0 + 0 – 0 = 0 ⇔ 0 = 0

c1\_4 + a1\_4 - x1\_4 = a1\_5 ⇔ 0 + 0 – 0 = 0 ⇔ 0 = 0

c1\_5 + a1\_5 - x1\_5 = a1\_6 ⇔ 33 + 0 – 30 = 3 ⇔ 3 = 3

c1\_6 + a1\_6 - x1\_6 = a1\_7 ⇔ 0 + 3 – 3 = 0 ⇔ 0 = 0

c1\_7 + a1\_7 - x1\_7 = a1\_8 ⇔ 38 + 0 – 20 = 18 ⇔ 18 = 18

c1\_8 + a1\_8 - x1\_8 = a1\_9 ⇔ 0 + 18 – 18 = 0 ⇔ 0 = 0

c1\_9 + a1\_9 - x1\_9 = a1\_10 ⇔ 49 + 0 – 24 = 25 ⇔ 25 = 25

c1\_10 + a1\_10 - x1\_10 = a1\_11 ⇔ 0 + 25 – 25 = 0 ⇔ 0 = 0

c1\_11 + a1\_11 - x1\_11 = a1\_12 ⇔ 35 + 0 – 11 = 24 ⇔ 24 = 24

c1\_12 + a1\_12 - x1\_12 = 16 ⇔ 0 + 24 – 8 = 16 ⇔ 16 = 16

Concentrado de maçã;

c2\_1 + 8 - x2\_1 = a2\_2 ⇔ 0 + 8 – 0 = 8 ⇔ 8 = 8

c2\_2 + a2\_2 - x2\_2 = a2\_3 ⇔ 0 + 8 – 8 = 0 ⇔ 0 = 0

c2\_3 + a2\_3 - x2\_3 = a2\_4 ⇔ 57 + 0 – 30 = 27 ⇔ 27 = 27

c2\_4 + a2\_4 - x2\_4 = a2\_5 ⇔ 0 + 27 – 0 = 27 ⇔ 27 = 27

c2\_5 + a2\_5 - x2\_5 = a2\_6 ⇔ 0 + 27 – 0 = 27 ⇔ 27 = 27

c2\_6 + a2\_6 - x2\_6 = a2\_7 ⇔ 6 + 27 – 23 = 10 ⇔ 10 = 10

c2\_7 + a2\_7 - x2\_7 = a2\_8 ⇔ 0 + 10 – 10 = 0 ⇔ 0 = 0

c2\_8 + a2\_8 - x2\_8 = a2\_9 ⇔ 0 + 0 – 0 = 0 ⇔ 0 = 0

c2\_9 + a2\_9 - x2\_9 = a2\_10 ⇔ 0 + 0 – 0 = 0 ⇔ 0 = 0

c2\_10 + a2\_10 - x2\_10 = a2\_11 ⇔ 0 + 0 – 0 = 0 ⇔ 0 = 0

c2\_11 + a2\_11 - x2\_11 = a2\_12 ⇔ 0 + 0 – 0 = 0 ⇔ 0 = 0

c2\_12 + a2\_12 - x2\_12 = 8 ⇔ 19 + 0 – 11 = 8 ⇔ 8 = 8

Concentrado de pêra;

c3\_1 + 6 - x3\_1 = a3\_2 ⇔ 0 + 6 – 3 = 3 ⇔ 3 = 3

c3\_2 + a3\_2 - x3\_2 = a3\_3 ⇔ 0 + 3 – 0 = 3 ⇔ 3 = 3

c3\_3 + a3\_3 - x3\_3 = a3\_4 ⇔ 0 + 3 – 0 = 3 ⇔ 3 = 3

c3\_4 + a3\_4 - x3\_4 = a3\_5 ⇔ 18 + 3 – 21 = 0 ⇔ 0 = 0

c3\_5 + a3\_5 - x3\_5 = a3\_6 ⇔ 0 + 0 – 0 = 0 ⇔ 0 = 0

c3\_6 + a3\_6 - x3\_6 = a3\_7 ⇔ 0 + 0 – 0 = 0 ⇔ 0 = 0

c3\_7 + a3\_7 - x3\_7 = a3\_8 ⇔ 0 + 0 – 0 = 0 ⇔ 0 = 0

c3\_8 + a3\_8 - x3\_8 = a3\_9 ⇔ 17 + 0 – 12 = 5 ⇔ 5 = 5

c3\_9 + a3\_9 - x3\_9 = a3\_10 ⇔ 0 + 5 – 5 = 0 ⇔ 0 = 0

c3\_10 + a3\_10 - x3\_10 = a3\_11 ⇔ 5 + 0 – 5 = 0 ⇔ 0 = 0

c3\_11 + a3\_11 - x3\_11 = a3\_12 ⇔ 25 + 0 – 19 = 6 ⇔ 6 = 6

c3\_12 + a3\_12 - x3\_12 = 6 ⇔ 0 + 6 – 0 = 6 ⇔ 6 = 6

**Análise dos sumos:**

Sumo de laranja;

s1\_2 = 20 + x1\_1 – e1\_12 – f1\_12 - 9 + e1\_1 + f1\_1 ⇔ 11 = 20 + 0 – 0 – 0 – 9 + 0 + 0 ⇔ 11 = 11

s1\_3 = s1\_2 + x1\_2 - e1\_1 - f1\_1 - 9 + e1\_2 + f1\_2 ⇔ 20 = 11 + 18 – 0 – 0 – 9 + 0 + 0 ⇔ 20 = 20

s1\_4 = s1\_3 + x1\_3 - e1\_2 - f1\_2 - 9 + e1\_3 + f1\_3 ⇔ 11 = 20 + 0 – 0 – 0 – 9 + 0 + 0 ⇔ 11 = 11

s1\_5 = s1\_4 + x1\_4 - e1\_3 - f1\_3 - 12 + e1\_4 + f1\_4 ⇔ 0 = 11 + 0 – 0 – 0 – 12 + 1 + 0 ⇔ 0 = 0

s1\_6 = s1\_5 + x1\_5 - e1\_4 - f1\_4 - 16 + e1\_5 + f1\_5 ⇔ 13 = 0 + 30 – 1 – 0 – 16 + 0 + 0 ⇔ 13 = 13

s1\_7 = s1\_6 + x1\_6 - e1\_5 - f1\_5 - 17 + e1\_6 + f1\_6 ⇔ 0 = 13 + 3 – 0 – 0 – 17 + 1 + 0 ⇔ 0 = 0

s1\_8 = s1\_7 + x1\_7 - e1\_6 - f1\_6 - 19 + e1\_7 + f1\_7 ⇔ 0 = 0 + 20 – 1 – 0 – 19 + 0 + 0 ⇔ 0 = 0

s1\_9 = s1\_8 + x1\_8 - e1\_7 - f1\_7 - 19 + e1\_8 + f1\_8 ⇔ 0 = 0 + 18 – 0 – 0 – 19 + 1 + 0 ⇔ 0 = 0

s1\_10 = s1\_9 + x1\_9 - e1\_8 - f1\_8 - 16 + e1\_9 + f1\_9 ⇔ 7 = 0 + 24 – 1 – 0 – 16 + 0 + 0 ⇔ 7 = 7

s1\_11 = s1\_10 + x1\_10 - e1\_9 - f1\_9 - 12 + e1\_10 + f1\_10 ⇔ 20 = 7 + 25 – 0 – 0 – 12 + 0 + 0 ⇔ 20 = 20

s1\_12 = s1\_11 + x1\_11 - e1\_10 - f1\_10 - 10 + e1\_11 + f1\_11 ⇔ 21 = 20 + 11 – 0 – 0 – 10 + 0 + 0 ⇔ 21 = 21

20 = s1\_12 + x1\_12 - e1\_11 - f1\_11 - 9 + e1\_12 + f1\_12 ⇔ 20 = 21 + 8 – 0 – 0 – 9 + 0 + 0 ⇔ 20 = 20

Sumo de maçã:

s2\_2 = 10 + x2\_1 – e2\_12 – f2\_12 - 5 + e2\_1 + f2\_1 ⇔ 0 = 10 + 0 – 1 – 4 – 5 + 0 + 0 ⇔ 0 = 0

s2\_3 = s2\_2 + x2\_2 - e2\_1 - f2\_1 - 5 + e2\_2 + f2\_2 ⇔ 3 = 0 + 8 – 0 – 0 – 5 + 0 + 0 ⇔ 3 = 3

s2\_4 = s2\_3 + x2\_3 - e2\_2 - f2\_2 - 5 + e2\_3 + f2\_3 ⇔ 28 = 3 + 30 – 0 – 0 – 5 + 0 + 0 ⇔ 28 = 28

s2\_5 = s2\_4 + x2\_4 - e2\_3 - f2\_3 - 6 + e2\_4 + f2\_4 ⇔ 22 = 28 + 0 – 0 – 0 – 6 + 0 + 0 ⇔22 = 22

s2\_6 = s2\_5 + x2\_5 - e2\_4 - f2\_4 - 8 + e2\_5 + f2\_5 ⇔ 14 = 22 + 0 – 0 – 0 – 8 + 0 + 0 ⇔ 14 = 14

s2\_7 = s2\_6 + x2\_6 - e2\_5 - f2\_5 - 9 + e2\_6 + f2\_6 ⇔ 28 = 14 + 23 – 0 – 0 – 9 + 0 + 0 ⇔ 28 = 28

s2\_8 = s2\_7 + x2\_7 - e2\_6 - f2\_6 - 10 + e2\_7 + f2\_7 ⇔ 28 = 28 + 10 – 0 – 0 – 10 + 0 + 0 ⇔ 28 = 28

s2\_9 = s2\_8 + x2\_8 - e2\_7 - f2\_7 - 10 + e2\_8 + f2\_8 ⇔ 18 = 28 + 0 – 0 – 0 – 10 + 0 + 0 ⇔ 18 = 18

s2\_10 = s2\_9 + x2\_9 - e2\_8 - f2\_8 - 8 + e2\_9 + f2\_9 ⇔ 10 = 18 + 0 – 0 – 0 – 8 + 0 + 0 ⇔ 10 = 10

s2\_11 = s2\_10 + x2\_10 - e2\_9 - f2\_9 - 6 + e2\_10 + f2\_10 ⇔ 4 = 10 + 0 – 0 – 0 – 6 + 0 + 0 ⇔ 4 = 4

s2\_12 = s2\_11 + x2\_11 - e2\_10 - f2\_10 - 5 + e2\_11 + f2\_11 ⇔ 0 = 4 + 0 – 0 – 0 – 5 + 1 + 0 ⇔ 0 = 0

10 = s2\_12 + x2\_12 - e2\_11 - f2\_11 - 5 + e2\_12 + f2\_12 ⇔ 10 = 0 + 11 – 1 – 0 – 5 + 1 + 4 ⇔ 10 = 10

Sumo de pêra:

s3\_2 = 10 + x3\_1 – e3\_12 – f3\_12 - 4 + e3\_1 + f3\_1 ⇔ 9 = 10 + 3 – 0 – 0 – 4 + 0 + 0 ⇔ 9 = 9

s3\_3 = s3\_2 + x3\_2 - e3\_1 - f3\_1 - 4 + e3\_2 + f3\_2 ⇔ 5 = 9 + 0 – 0 – 0 – 4 + 0 + 0 ⇔ 5 = 5

s3\_4 = s3\_3 + x3\_3 - e3\_2 - f3\_2 - 4 + e3\_3 + f3\_3 ⇔ 1 = 5 + 0 – 0 – 0 – 4 + 0 + 0 ⇔ 1 = 1

s3\_5 = s3\_4 + x3\_4 - e3\_3 - f3\_3 - 5 + e3\_4 + f3\_4 ⇔ 17 = 1 + 21 – 0 – 0 – 5 + 0 + 0 ⇔ 17 = 17

s3\_6 = s3\_5 + x3\_5 - e3\_4 - f3\_4 - 6 + e3\_5 + f3\_5 ⇔ 11 = 17 + 0 – 0 – 0 – 6 + 0 + 0 ⇔ 11 = 11

s3\_7 = s3\_6 + x3\_6 - e3\_5 - f3\_5 - 7 + e3\_6 + f3\_6 ⇔ 4 = 11 + 0 – 0 – 0 – 7 + 0 + 0 ⇔ 4 = 4

s3\_8 = s3\_7 + x3\_7 - e3\_6 - f3\_6 - 8 + e3\_7 + f3\_7 ⇔ 0 = 4 + 0 – 0 – 0 – 8 + 1 + 3 ⇔ 0 = 0

s3\_9 = s3\_8 + x3\_8 - e3\_7 - f3\_7 - 8 + e3\_8 + f3\_8 ⇔ 0 = 0 + 12 – 1 – 3 – 8 + 0 + 0 ⇔ 0 = 0

s3\_10 = s3\_9 + x3\_9 - e3\_8 - f3\_8 - 6 + e3\_9 + f3\_9 ⇔ 0 = 0 + 5 – 0 – 0 – 6 + 1 + 0 ⇔ 0 = 0

s3\_11 = s3\_10 + x3\_10 - e3\_9 - f3\_9 - 5 + e3\_10 + f3\_10 ⇔ 0 = 0 + 5 – 1 – 0 – 5 + 1 + 0 ⇔ 0 = 0

s3\_12 = s3\_11 + x3\_11 - e3\_10 - f3\_10 - 4 + e3\_11 + f3\_11 ⇔ 14 = 0 + 19 – 1 – 0 – 4 + 0 + 0 ⇔ 14 = 14

10 = s3\_12 + x3\_12 - e3\_11 - f3\_11 - 4 + e3\_12 + f3\_12 ⇔ 10 = 14 + 0 – 0 – 0 – 4 + 0 + 0 ⇔ 10 = 10

1. **São respeitadas todas as restrições de capacidade.**

**Demonstração algébrica e análise das restrições:**

Quantidade máxima de sumo produzida por período é 30;

x1\_1 + x2\_1 + x3\_1 <= 30 ⇔ 0 + 0 + 3 <= 30 ⇔ 3 <= 30

x1\_2 + x2\_2 + x3\_2 <= 30 ⇔ 18 + 8 + 0 <= 30 ⇔ 26 <= 30

x1\_3 + x2\_3 + x3\_3 <= 30 ⇔ 0 + 30 + 0 <= 30 ⇔ 30 <= 30

x1\_4 + x2\_4 + x3\_4 <= 30 ⇔ 0 + 0 + 21 <= 30 ⇔ 21 <= 30

x1\_5 + x2\_5 + x3\_5 <= 30 ⇔ 30 + 0 + 0 <= 30 ⇔ 30 <= 30

x1\_6 + x2\_6 + x3\_6 <= 30 ⇔ 3 + 23 + 0 <= 30 ⇔ 26 <= 30

x1\_7 + x2\_7 + x3\_7 <= 30 ⇔ 20 + 10 + 0 <= 30 ⇔ 30 <= 30

x1\_8 + x2\_8 + x3\_8 <= 30 ⇔ 18 + 0 + 12 <= 30 ⇔ 30 <= 30

x1\_9 + x2\_9 + x3\_9 <= 30 ⇔ 24 + 0 + 5 <= 30 ⇔ 29 <= 30

x1\_10 + x2\_10 + x3\_10 <= 30 ⇔ 25 + 0 + 5 <= 30 ⇔ 30 <= 30

x1\_11 + x2\_11 + x3\_11 <= 30 ⇔ 11 + 0 + 19 <= 30 ⇔ 30 <= 30

x1\_12 + x2\_12 + x3\_12 <= 30 ⇔ 8 + 11 + 0 <= 30 ⇔ 19 <= 30

Todas as restrições são VERDADEIRAS.

Quantidade máxima de sumo armazenada por período é 40;

s1\_1 + s2\_1 + s3\_1 <= 40 ⇔ 20 + 10 + 10 <= 40 ⇔ 40 <= 40

s1\_2 + s2\_2 + s3\_2 <= 40 ⇔ 11 + 0 + 9 <= 40 ⇔ 20 <= 40

s1\_3 + s2\_3 + s3\_3 <= 40 ⇔ 20 + 3 + 5 <= 40 ⇔ 28 <= 40

s1\_4 + s2\_4 + s3\_4 <= 40 ⇔ 11 + 28 + 1 <= 40 ⇔ 40 <= 40

s1\_5 + s2\_5 + s3\_5 <= 40 ⇔ 0 + 22 + 17 <= 40 ⇔ 39 <= 40

s1\_6 + s2\_6 + s3\_6 <= 40 ⇔ 13 + 14 + 11 <= 40 ⇔ 38 <= 40

s1\_7 + s2\_7 + s3\_7 <= 40 ⇔ 0 + 28 + 4 <= 40 ⇔ 32 <= 40

s1\_8 + s2\_8 + s3\_8 <= 40 ⇔ 0 + 28 + 0 <= 40 ⇔ 28 <= 40

s1\_9 + s2\_9 + s3\_9 <= 40 ⇔ 0 + 18 + 0 <= 40 ⇔ 18 <= 40

s1\_10 + s2\_10 + s3\_10 <= 40 ⇔ 7 + 10 + 0 <= 40 ⇔ 17 <= 40

s1\_11 + s2\_11 + s3\_11 <= 40 ⇔ 20 + 4 + 0 <= 40 ⇔ 24 <= 40

s1\_12 + s2\_12 + s3\_12 <= 40 ⇔ 21 + 0 + 14 <= 40 ⇔ 35 <= 40

Todas as restrições são VERDADEIRAS.

Quantidade máxima de concentrado armazenada por período é 30;

a1\_1 + a2\_1 + a3\_1 <= 30 ⇔ 16 + 8 + 6 <= 30 ⇔ 30 <= 30

a1\_2 + a2\_2 + a3\_2 <= 30 ⇔ 16 + 8 + 3 <= 30 ⇔ 27 <= 30

a1\_3 + a2\_3 + a3\_3 <= 30 ⇔ 0 + 0 + 3 <= 30 ⇔ 3 <= 30

a1\_4 + a2\_4 + a3\_4 <= 30 ⇔ 0 + 27 + 3 <= 30 ⇔ 30 <= 30

a1\_5 + a2\_5 + a3\_5 <= 30 ⇔ 0 + 27 + 0 <= 30 ⇔ 27 <= 30

a1\_6 + a2\_6 + a3\_6 <= 30 ⇔ 3 + 27 + 0 <= 30 ⇔ 30 <= 30

a1\_7 + a2\_7 + a3\_7 <= 30 ⇔ 0 + 10 + 0 <= 30 ⇔ 10 <= 30

a1\_8 + a2\_8 + a3\_8 <= 30 ⇔ 18 + 0 + 0 <= 30 ⇔ 18 <= 30

a1\_9 + a2\_9 + a3\_9 <= 30 ⇔ 0 + 0 + 5 <= 30 ⇔ 5 <= 30

a1\_10 + a2\_10 + a3\_10 <= 30 ⇔ 25 + 0 + 0 <= 30 ⇔ 25 <= 30

a1\_11 + a2\_11 + a3\_11 <= 30 ⇔ 0 + 0 + 0 <= 30 ⇔ 0 <= 30

a1\_12 + a2\_12 + a3\_12 <= 30 ⇔ 24 + 0 + 6 <= 30 ⇔ 30 <= 30

Todas as restrições são VERDADEIRAS.

Restrições para unidades entregues em atraso;

e1\_1 + e2\_1 + e3\_1 <= 1 ⇔ 0 + 0 + 0 <= 1 ⇔ 0 <= 1

e1\_2 + e2\_2 + e3\_2 <= 1 ⇔ 0 + 0 + 0 <= 1 ⇔ 0 <= 1

e1\_3 + e2\_3 + e3\_3 <= 1 ⇔ 0 + 0 + 0 <= 1 ⇔ 0 <= 1

e1\_4 + e2\_4 + e3\_4 <= 1 ⇔ 1 + 0 + 0 <= 1 ⇔ 1 <= 1

e1\_5 + e2\_5 + e3\_5 <= 1 ⇔ 0 + 0 + 0 <= 1 ⇔ 0 <= 1

e1\_6 + e2\_6 + e3\_6 <= 1 ⇔ 1 + 0 + 0 <= 1 ⇔ 1 <= 1

e1\_7 + e2\_7 + e3\_7 <= 1 ⇔ 0 + 0 + 1 <= 1 ⇔ 1 <= 1

e1\_8 + e2\_8 + e3\_8 <= 1 ⇔ 1 + 0 + 0 <= 1 ⇔ 1 <= 1

e1\_9 + e2\_9 + e3\_9 <= 1 ⇔ 0 + 0 + 1 <= 1 ⇔ 1 <= 1

e1\_10 + e2\_10 + e3\_10 <= 1 ⇔ 0 + 0 + 1 <= 1 ⇔ 1 <= 1

e1\_11 + e2\_11 + e3\_11 <= 1 ⇔ 0 + 1 + 0 <= 1 ⇔ 1 <= 1

e1\_12 + e2\_12 + e3\_12 <= 1 ⇔ 0 + 1 + 0 <= 1 ⇔ 1 <= 1

Todas as restrições são VERDADEIRAS.

Restrições para que as quantidades em atraso sejam satisfeitas;

xi\_j+1 + si\_j+1 >= ei\_j + fi\_j

x1\_1 + s1\_1 >= e1\_12 + f1\_12 ⇔ 0 + 20 >= 0 + 0 ⇔ 20 >= 0

x1\_2 + s1\_2 >= e1\_1 + f1\_1 ⇔ 18 + 11 >= 0 + 0 ⇔ 29 >= 0

x1\_3 + s1\_3 >= e1\_2 + f1\_2 ⇔ 0 + 20 >= 0 + 0 ⇔ 20 >= 0

x1\_4 + s1\_4 >= e1\_3 + f1\_3 ⇔ 0 + 11 >= 0 + 0 ⇔ 11 >= 0

x1\_5 + s1\_5 >= e1\_4 + f1\_4 ⇔ 30 + 0 >= 1 + 0 ⇔ 30 >= 1

x1\_6 + s1\_6 >= e1\_5 + f1\_5 ⇔ 13 + 3 >= 0 + 0 ⇔ 16 >= 0

x1\_7 + s1\_7 >= e1\_6 + f1\_6 ⇔ 20 + 0 >= 1 + 0 ⇔ 20 >= 1

x1\_8 + s1\_8 >= e1\_7 + f1\_7 ⇔ 18 + 0 >= 0 + 0 ⇔ 18 >= 0

x1\_9 + s1\_9 >= e1\_8 + f1\_8 ⇔ 24 + 0 >= 1 + 0 ⇔ 24 >= 1

x1\_10 + s1\_10 >= e1\_9 + f1\_9 ⇔ 25 + 7 >= 0 + 0 ⇔ 32 >= 0

x1\_11 + s1\_11 >= e1\_10 + f1\_10 ⇔ 11 + 20 >= 0 + 0 ⇔ 31 >= 0

x1\_12 + s1\_12 >= e1\_11 + f1\_11 ⇔ 8 + 21 >= 0 + 0 ⇔ 29 >= 0

Todas as restrições são VERDADEIRAS.

x2\_1 + s2\_1 >= e2\_12 + f2\_12 ⇔ 0 + 10 >= 1 + 4 ⇔ 10 >= 5

x2\_2 + s2\_2 >= e2\_1 + f2\_1 ⇔ 8 + 0 >= 0 + 0 ⇔ 8 >= 0

x2\_3 + s2\_3 >= e2\_2 + f2\_2 ⇔ 30 + 3 >= 0 + 0 ⇔ 33 >= 0

x2\_4 + s2\_4 >= e2\_3 + f2\_3 ⇔ 0 + 28 >= 0 + 0 ⇔ 28 >= 0

x2\_5 + s2\_5 >= e2\_4 + f2\_4 ⇔ 0 + 20 >= 0 + 22 ⇔ 22 >= 0

x2\_6 + s2\_6 >= e2\_5 + f2\_5 ⇔ 23 + 14 >= 0 + 0 ⇔ 37 >= 0

x2\_7 + s2\_7 >= e2\_6 + f2\_6 ⇔ 10 + 28 >= 0 + 0 ⇔ 38 >= 0

x2\_8 + s2\_8 >= e2\_7 + f2\_7 ⇔ 0 + 28 >= 0 + 0 ⇔ 28 >= 0

x2\_9 + s2\_9 >= e2\_8 + f2\_8 ⇔ 0 + 18 >= 0 + 0 ⇔ 18 >= 0

x2\_10 + s2\_10 >= e2\_9 + f2\_9 ⇔ 0 + 10 >= 0 + 0 ⇔ 10 >= 0

x2\_11 + s2\_11 >= e2\_10 + f2\_10 ⇔ 0 + 4 >= 0 + 0 ⇔ 4 >= 0

x2\_12 + s2\_12 >= e2\_11 + f2\_11 ⇔ 11 + 0 >= 1 + 0 ⇔ 11 >= 1

Todas as restrições são VERDADEIRAS.

x3\_1 + s3\_1 >= e3\_12 + f3\_12 ⇔ 3 + 10 >= 0 + 0 ⇔ 13 >= 0

x3\_2 + s3\_2 >= e3\_1 + f3\_1 ⇔ 0 + 9 >= 0 + 0 ⇔ 9 >= 0

x3\_3 + s3\_3 >= e3\_2 + f3\_2 ⇔ 0 + 5 >= 0 + 0 ⇔ 5 >= 0

x3\_4 + s3\_4 >= e3\_3 + f3\_3 ⇔ 21 + 1 >= 0 + 0 ⇔ 22 >= 0

x3\_5 + s3\_5 >= e3\_4 + f3\_4 ⇔ 0 + 17 >= 0 + 0 ⇔ 17 >= 0

x3\_6 + s3\_6 >= e3\_5 + f3\_5 ⇔ 0 + 11 >= 0 + 0 ⇔ 11 >= 0

x3\_7 + s3\_7 >= e3\_6 + f3\_6 ⇔ 0 + 4 >= 0 + 0 ⇔ 4 >= 0

x3\_8 + s3\_8 >= e3\_7 + f3\_7 ⇔ 12 + 0 >= 1 + 3 ⇔ 12 >= 4

x3\_9 + s3\_9 >= e3\_8 + f3\_8 ⇔ 5 + 0 >= 0 + 0 ⇔ 5 >= 0

x3\_10 + s3\_10 >= e3\_9 + f3\_9 ⇔ 5 + 0 >= 1 + 0 ⇔ 5 >= 1

x3\_11 + s3\_11 >= e3\_10 + f3\_10 ⇔ 19 + 0 >= 1 + 0 ⇔ 19 >= 1

x3\_12 + s3\_12 >= e3\_11 + f3\_11 ⇔ 0 + 14 >= 0 + 0 ⇔ 14 >= 0

Todas as restrições são VERDADEIRAS.

Quantidades entregues em atraso têm de ser menores ou iguais à quantidade procurada;

e1\_1 + f1\_1 <= 9 ⇔ 0 + 0 <= 9 ⇔ 0 <= 9

e1\_2 + f1\_2 <= 9 ⇔ 0 + 0 <= 9 ⇔ 0 <= 9

e1\_3 + f1\_3 <= 9 ⇔ 0 + 0 <= 9 ⇔ 0 <= 9

e1\_4 + f1\_4 <= 12 ⇔ 1 + 0 <= 12 ⇔ 1 <= 12

e1\_5 + f1\_5 <= 16 ⇔ 0 + 0 <= 16 ⇔ 0 <= 16

e1\_6 + f1\_6 <= 17 ⇔ 1 + 0 <= 17 ⇔ 1 <= 17

e1\_7 + f1\_7 <= 19 ⇔ 0 + 0 <= 19 ⇔ 0 <= 19

e1\_8 + f1\_8 <= 19 ⇔ 1 + 0 <= 19 ⇔ 1 <= 19

e1\_9 + f1\_9 <= 16 ⇔ 0 + 0 <= 16 ⇔ 0 <= 16

e1\_10 + f1\_10 <= 12 ⇔ 0 + 0 <= 12 ⇔ 0 <= 12

e1\_11 + f1\_11 <= 10 ⇔ 0 + 0 <= 10 ⇔ 0 <= 10

e1\_12 + f1\_12 <= 9 ⇔ 0 + 0 <= 9 ⇔ 0 <= 9

Todas as restrições são VERDADEIRAS.

e2\_1 + f2\_1 <= 5 ⇔ 0 + 0 <= 5 ⇔ 0 <= 5

e2\_2 + f2\_2 <= 5 ⇔ 0 + 0 <= 5 ⇔ 0 <= 5

e2\_3 + f2\_3 <= 5 ⇔ 0 + 0 <= 5 ⇔ 0 <= 5

e2\_4 + f2\_4 <= 6 ⇔ 0 + 0 <= 6 ⇔ 0 <= 6

e2\_5 + f2\_5 <= 8 ⇔ 0 + 0 <= 8 ⇔ 0 <= 8

e2\_6 + f2\_6 <= 9 ⇔ 0 + 0 <= 9 ⇔ 0 <= 9

e2\_7 + f2\_7 <= 10 ⇔ 0 + 0 <= 5 ⇔ 0 <= 5

e2\_8 + f2\_8 <= 10 ⇔ 0 + 0 <= 10 ⇔ 0 <= 10

e2\_9 + f2\_9 <= 8 ⇔ 0 + 0 <= 8 ⇔ 0 <= 8

e2\_10 + f2\_10 <= 6 ⇔ 0 + 0 <= 6 ⇔ 0 <= 6

e2\_11 + f2\_11 <= 5 ⇔ 1 + 0 <= 5 ⇔ 1 <= 5

e2\_12 + f2\_12 <= 5 ⇔ 1 + 4 <= 5 ⇔ 5 <= 5

Todas as restrições são VERDADEIRAS.

e3\_1 + f3\_1 <= 4 ⇔ 0 + 0 <= 4 ⇔ 0 <= 4

e3\_2 + f3\_2 <= 4 ⇔ 0 + 0 <= 4 ⇔ 0 <= 4

e3\_3 + f3\_3 <= 4 ⇔ 0 + 0 <= 4 ⇔ 0 <= 4

e3\_4 + f3\_4 <= 5 ⇔ 0 + 0 <= 5 ⇔ 0 <= 5

e3\_5 + f3\_5 <= 6 ⇔ 0 + 0 <= 6 ⇔ 0 <= 6

e3\_6 + f3\_6 <= 7 ⇔ 0 + 0 <= 7 ⇔ 0 <= 7

e3\_7 + f3\_7 <= 8 ⇔ 1 + 3 <= 8 ⇔ 4 <= 8

e3\_8 + f3\_8 <= 8 ⇔ 0 + 0 <= 8 ⇔ 0 <= 8

e3\_9 + f3\_9 <= 6 ⇔ 1 + 0 <= 6 ⇔ 1 <= 6

e3\_10 + f3\_10 <= 5 ⇔ 1 + 0 <= 5 ⇔ 1 <= 5

e3\_11 + f3\_11 <= 4 ⇔ 0 + 0 <= 4 ⇔ 0 <= 4

e3\_12 + f3\_12 <= 4 ⇔ 0 + 0 <= 4 ⇔ 0 <= 4

Todas as restrições são VERDADEIRAS.

qmax-1 \* eij >= fij

8 e1\_1 >= f1\_1 ⇔ 8 \* 0 >= 0 ⇔ 0 >= 0

8 e1\_2 >= f1\_2 ⇔ 8 \* 0 >= 0 ⇔ 0 >= 0

8 e1\_3 >= f1\_3 ⇔ 8 \* 0 >= 0 ⇔ 0 >= 0

11 e1\_4 >= f1\_4 ⇔ 11 \* 1 >= 0 ⇔ 11 >= 0

15 e1\_5 >= f1\_5 ⇔ 15 \* 0 >= 0 ⇔ 0 >= 0

16 e1\_6 >= f1\_6 ⇔ 16 \* 1 >= 0 ⇔ 16 >= 0

18 e1\_7 >= f1\_7 ⇔ 18 \* 0 >= 0 ⇔ 0 >= 0

18 e1\_8 >= f1\_8 ⇔ 18 \* 1 >= 0 ⇔ 18 >= 0

15 e1\_9 >= f1\_9 ⇔ 15 \* 0 >= 0 ⇔ 0 >= 0

11 e1\_10 >= f1\_10 ⇔ 11 \* 0 >= 0 ⇔ 0 >= 0

9 e1\_11 >= f1\_11 ⇔ 9 \* 0 >= 0 ⇔ 0 >= 0

8 e1\_12 >= f1\_12 ⇔ 8 \* 0 >= 0 ⇔ 0 >= 0

Todas as restrições VERDADEIRAS.

4 e2\_1 >= f2\_1 ⇔ 4 \* 0 >= 0 ⇔ 0 >= 0

4 e2\_2 >= f2\_2 ⇔ 4 \* 0 >= 0 ⇔ 0 >= 0

4 e2\_3 >= f2\_3 ⇔ 4 \* 0 >= 0 ⇔ 0 >= 0

5 e2\_4 >= f2\_4 ⇔ 5 \* 0 >= 0 ⇔ 0 >= 0

7 e2\_5 >= f2\_5 ⇔ 7 \* 0 >= 0 ⇔ 0 >= 0

8 e2\_6 >= f2\_6 ⇔ 8 \* 0 >= 0 ⇔ 0 >= 0

9 e2\_7 >= f2\_7 ⇔ 9 \* 0 >= 0 ⇔ 0 >= 0

9 e2\_8 >= f2\_8 ⇔ 9 \* 0 >= 0 ⇔ 0 >= 0

7 e2\_9 >= f2\_9 ⇔ 7 \* 0 >= 0 ⇔ 0 >= 0

5 e2\_10 >= f2\_10 ⇔ 5 \* 0 >= 0 ⇔ 0 >= 0

4 e2\_11 >= f2\_11 ⇔ 4 \* 1 >= 0 ⇔ 4 >= 0

4 e2\_12 >= f2\_12 ⇔ 4 \* 1 >= 4 ⇔ 4 >= 4

Todas as restrições VERDADEIRAS.

3 e3\_1 >= f3\_1 ⇔ 3 \* 0 >= 0 ⇔ 0 >= 0

3 e3\_2 >= f3\_2 ⇔ 3 \* 0 >= 0 ⇔ 0 >= 0

3 e3\_3 >= f3\_3 ⇔ 3 \* 0 >= 0 ⇔ 0 >= 0

4 e3\_4 >= f3\_4 ⇔ 4 \* 0 >= 0 ⇔ 0 >= 0

5 e3\_5 >= f3\_5 ⇔ 5 \* 0 >= 0 ⇔ 0 >= 0

6 e3\_6 >= f3\_6 ⇔ 6 \* 0 >= 0 ⇔ 0 >= 0

7 e3\_7 >= f3\_7 ⇔ 7 \* 1 >= 3 ⇔ 7 >= 3

7 e3\_8 >= f3\_8 ⇔ 7 \* 0 >= 0 ⇔ 0 >= 0

5 e3\_9 >= f3\_9 ⇔ 5 \* 1 >= 0 ⇔ 5 >= 0

4 e3\_10 >= f3\_10 ⇔ 4 \* 1 >= 0 ⇔ 4 >= 0

3 e3\_11 >= f3\_11 ⇔ 3 \* 0 >= 0 ⇔ 0 >= 0

3 e3\_12 >= f3\_12 ⇔ 3 \* 0 >= 0 ⇔ 0 >= 0

Todas as restrições são VERDADEIRAS.

A quantidade máxima de sumo i produzida por período j é 30:

x1\_1p1 <= 30\*y1\_1\_1 + 30\*y1\_2\_1 + 30\*y1\_3\_1 ⇔ 0 <= 30\*0 + 30\*0 + 30\*0 ⇔ 0 <= 0

x2\_1p1 <= 30\*y2\_1\_1 + 30\*y2\_2\_1 + 30\*y2\_3\_1 ⇔ 0 <= 30\*0 + 30\*0 + 30\*0 ⇔ 0 <= 0

x3\_1p1 <= 30\*y3\_1\_1 + 30\*y3\_2\_1 + 30\*y3\_3\_1 ⇔ 3 <= 30\*1 + 30\*0 + 30\*0 ⇔ 3 <= 30

x1\_1p2 <= 30\*y1\_1\_1 + 30\*y2\_1\_1 + 30\*y3\_1\_1 ⇔ 0 <= 30\*0 + 30\*0 + 30\*1 ⇔ 0 <= 30

x2\_1p2 <= 30\*y1\_2\_1 + 30\*y2\_2\_1 + 30\*y3\_2\_1 ⇔ 0 <= 30\*0 + 30\*0 + 30\*0 ⇔ 0 <= 0

x3\_1p2 <= 30\*y1\_3\_1 + 30\*y2\_3\_1 + 30\*y3\_3\_1 ⇔ 0 <= 30\*0 + 30\*0 + 30\*0 ⇔ 0 <= 0

x1\_1 = x1\_1p1 + x1\_1p2 ⇔ 0 = 0 + 0 ⇔ 0 = 0

x2\_1 = x2\_1p1 + x2\_1p2 ⇔ 0 = 0 + 0 ⇔ 0 = 0

x3\_1 = x3\_1p1 + x3\_1p2 ⇔ 3 = 3 + 0 ⇔ 3 = 3

x1\_2p1 <= 30y1\_1\_2 + 30y1\_2\_2 + 30y1\_3\_2 ⇔ 18 <= 30\*0 + 30\*1 + 30\*0 ⇔ 18 <= 30

x2\_2p1 <= 30y2\_1\_2 + 30y2\_2\_2 + 30y2\_3\_2 ⇔ 0 <= 30\*0 + 30\*0 + 30\*0 ⇔ 0 <= 0

x3\_2p1 <= 30y3\_1\_2 + 30y3\_2\_2 + 30y3\_3\_2 ⇔ 0 <= 30\*0 + 30\*0 + 30\*0 ⇔ 0 <= 0

x1\_2p2 <= 30y1\_1\_2 + 30y2\_1\_2 + 30y3\_1\_2 ⇔ 0 <= 30\*0 + 30\*0 + 30\*0 ⇔ 0 <= 0

x2\_2p2 <= 30y1\_2\_2 + 30y2\_2\_2 + 30y3\_2\_2 ⇔ 8 <= 30\*1 + 30\*0 + 30\*0 ⇔ 8 <= 30

x3\_2p2 <= 30y1\_3\_2 + 30y2\_3\_2 + 30y3\_3\_2 ⇔ 0 <= 30\*0 + 30\*0 + 30\*0 ⇔ 0 <= 0

x1\_2 = x1\_2p1 + x1\_2p2 ⇔ 18 = 18 + 0 ⇔ 18 = 18

x2\_2 = x2\_2p1 + x2\_2p2 ⇔ 8 = 0 + 8 ⇔ 8 = 8

x3\_2 = x3\_2p1 + x3\_2p2 ⇔ 0 = 0 + 0 ⇔ 0 = 0

x1\_3p1 <= 30y1\_1\_3 + 30y1\_2\_3 + 30y1\_3\_3 ⇔ 0 <= 30\*0 + 30\*0 + 30\*0 ⇔ 0 <= 0

x2\_3p1 <= 30y2\_1\_3 + 30y2\_2\_3 + 30y2\_3\_3 ⇔ 30 <= 30\*1 + 30\*0 + 30\*0 ⇔ 30 <= 30

x3\_3p1 <= 30y3\_1\_3 + 30y3\_2\_3 + 30y3\_3\_3 ⇔ 0 <= 30\*0 + 30\*0 + 30\*0 ⇔ 0 <= 0

x1\_3p2 <= 30y1\_1\_3 + 30y2\_1\_3 + 30y3\_1\_3 ⇔ 0 <= 30\*0 + 30\*1 + 30\*0 ⇔ 0 <= 30

x2\_3p2 <= 30y1\_2\_3 + 30y2\_2\_3 + 30y3\_2\_3 ⇔ 0 <= 30\*0 + 30\*0 + 30\*0 ⇔ 0 <= 0

x3\_3p2 <= 30y1\_3\_3 + 30y2\_3\_3 + 30y3\_3\_3 ⇔ 0 <= 30\*0 + 30\*0 + 30\*0 ⇔ 0 <= 0

x1\_3 = x1\_3p1 + x1\_1p2 ⇔ 0 = 0 + 0 ⇔ 0 = 0

x2\_3 = x2\_3p1 + x2\_1p2 ⇔ 30 = 30 + 0 ⇔ 30 = 30

x3\_3 = x3\_3p1 + x3\_1p2 ⇔ 0 = 0 + 0 ⇔ 0 = 0

x1\_4p1 <= 30y1\_1\_4 + 30y1\_2\_4 + 30y1\_3\_4 ⇔ 0 <= 30\*0 + 30\*0 + 30\*1 ⇔ 0 <= 30

x2\_4p1 <= 30y2\_1\_4 + 30y2\_2\_4 + 30y2\_3\_4 ⇔ 0 <= 30\*0 + 30\*0 + 30\*0 ⇔ 0 <= 0

x3\_4p1 <= 30y3\_1\_4 + 30y3\_2\_4 + 30y3\_3\_4 ⇔ 0 <= 30\*0 + 30\*0 + 30\*0 ⇔ 0 <= 0

x1\_4p2 <= 30y1\_1\_4 + 30y2\_1\_4 + 30y3\_1\_4 ⇔ 0 <= 30\*0 + 30\*0 + 30\*0 ⇔ 0 <= 0

x2\_4p2 <= 30y1\_2\_4 + 30y2\_2\_4 + 30y3\_2\_4 ⇔ 0 <= 30\*0 + 30\*0 + 30\*0 ⇔ 0 <= 0

x3\_4p2 <= 30y1\_3\_4 + 30y2\_3\_4 + 30y3\_3\_4 ⇔ 21 <= 30\*1 + 30\*0 + 30\*0 ⇔ 21 <= 30

x1\_4 = x1\_4p1 + x1\_4p2 ⇔ 0 = 0 + 0 ⇔ 0 = 0

x2\_4 = x2\_4p1 + x2\_4p2 ⇔ 0 = 0 + 0 ⇔ 0 = 0

x3\_4 = x3\_4p1 + x3\_4p2 ⇔ 21 = 0 + 21 ⇔ 21 = 21

x1\_5p1 <= 30y1\_1\_5 + 30y1\_2\_5 + 30y1\_3\_5 ⇔ 0 <= 30\*0 + 30\*0 + 30\*0 ⇔ 0 <= 0

x2\_5p1 <= 30y2\_1\_5 + 30y2\_2\_5 + 30y2\_3\_5 ⇔ 0 <= 30\*0 + 30\*0 + 30\*0 ⇔ 0 <= 0

x3\_5p1 <= 30y3\_1\_5 + 30y3\_2\_5 + 30y3\_3\_5 ⇔ 3 <= 30\*1 + 30\*0 + 30\*0 ⇔ 3 <= 30

x1\_5p2 <= 30y1\_1\_5 + 30y2\_1\_5 + 30y3\_1\_5 ⇔ 30 <= 30\*0 + 30\*0 + 30\*1 ⇔ 30 <= 30

x2\_5p2 <= 30y1\_2\_5 + 30y2\_2\_5 + 30y3\_2\_5 ⇔ 0 <= 30\*0 + 30\*0 + 30\*0 ⇔ 0 <= 0

x3\_5p2 <= 30y1\_3\_5 + 30y2\_3\_5 + 30y3\_3\_5 ⇔ 0 <= 30\*0 + 30\*0 + 30\*0 ⇔ 0 <= 0

x1\_5 = x1\_5p1 + x1\_5p2 ⇔ 30 = 0 + 30 ⇔ 30 = 30

x2\_1 = x2\_5p1 + x2\_5p2 ⇔ 0 = 0 + 0 ⇔ 0 = 0

x3\_1 = x3\_5p1 + x3\_5p2 ⇔ 3 = 3 + 0 ⇔ 3 = 3

x1\_6p1 <= 30y1\_1\_6 + 30y1\_2\_6 + 30y1\_3\_6 ⇔ 3 <= 30\*0 + 30\*1 + 30\*0 ⇔ 3 <= 30

x2\_6p1 <= 30y2\_1\_6 + 30y2\_2\_6 + 30y2\_3\_6 ⇔ 0 <= 30\*0 + 30\*0 + 30\*0 ⇔ 0 <= 0

x3\_6p1 <= 30y3\_1\_6 + 30y3\_2\_6 + 30y3\_3\_6 ⇔ 0 <= 30\*0 + 30\*0 + 30\*0 ⇔ 0 <= 0

x1\_6p2 <= 30y1\_1\_6 + 30y2\_1\_6 + 30y3\_1\_6 ⇔ 0 <= 30\*0 + 30\*0 + 30\*0 ⇔ 0 <= 0

x2\_6p2 <= 30y1\_2\_6 + 30y2\_2\_6 + 30y3\_2\_6 ⇔ 23 <= 30\*1 + 30\*0 + 30\*0 ⇔ 23 <= 30

x3\_6p2 <= 30y1\_3\_6 + 30y2\_3\_6 + 30y3\_3\_6 ⇔ 0 <= 30\*0 + 30\*0 + 30\*0 ⇔ 0 <= 0

x1\_6 = x1\_6p1 + x1\_6p2 ⇔ 3 = 3 + 0 ⇔ 3 = 3

x2\_6 = x2\_6p1 + x2\_6p2 ⇔ 23 = 0 + 23 ⇔ 23 = 23

x3\_6 = x3\_6p1 + x3\_6p2 ⇔ 0 = 0 + 0 ⇔ 0 = 0

x1\_7p1 <= 30y1\_1\_7 + 30y1\_2\_7 + 30y1\_3\_7 ⇔ 0 <= 30\*0 + 30\*0 + 30\*0 ⇔ 0 <= 0

x2\_7p1 <= 30y2\_1\_7 + 30y2\_2\_7 + 30y2\_3\_7 ⇔ 10 <= 30\*1 + 30\*0 + 30\*0 ⇔ 10 <= 30

x3\_7p1 <= 30y3\_1\_7 + 30y3\_2\_7 + 30y3\_3\_7 ⇔ 0 <= 30\*0 + 30\*0 + 30\*0 ⇔ 0 <= 0

x1\_7p2 <= 30y1\_1\_7 + 30y2\_1\_7 + 30y3\_1\_7 ⇔ 20 <= 30\*0 + 30\*1 + 30\*0 ⇔ 20 <= 30

x2\_7p2 <= 30y1\_2\_7 + 30y2\_2\_7 + 30y3\_2\_7 ⇔ 0 <= 30\*0 + 30\*0 + 30\*0 ⇔ 0 <= 0

x3\_7p2 <= 30y1\_3\_7 + 30y2\_3\_7 + 30y3\_3\_7 ⇔ 0 <= 30\*0 + 30\*0 + 30\*0 ⇔ 0 <= 0

x1\_7 = x1\_7p1 + x1\_7p2 ⇔ 20 = 0 + 20 ⇔ 20 = 20

x2\_7 = x2\_7p1 + x2\_7p2 ⇔ 10 = 10 + 0 ⇔ 10 = 10

x3\_7 = x3\_7p1 + x3\_7p2 ⇔ 0 = 0 + 0 ⇔ 0 = 0

x1\_8p1 <= 30y1\_1\_8 + 30y1\_2\_8 + 30y1\_3\_8 ⇔ 18 <= 30\*0 + 30\*0 + 30\*1 ⇔ 18 <= 30

x2\_8p1 <= 30y2\_1\_8 + 30y2\_2\_8 + 30y2\_3\_8 ⇔ 0 <= 30\*0 + 30\*0 + 30\*0 ⇔ 0 <= 0

x3\_8p1 <= 30y3\_1\_8 + 30y3\_2\_8 + 30y3\_3\_8 ⇔ 0 <= 30\*0 + 30\*0 + 30\*0 ⇔ 0 <= 0

x1\_8p2 <= 30y1\_1\_8 + 30y2\_1\_8 + 30y3\_1\_8 ⇔ 0 <= 30\*0 + 30\*0 + 30\*0 ⇔ 0 <= 0

x2\_8p2 <= 30y1\_2\_8 + 30y2\_2\_8 + 30y3\_2\_8 ⇔ 0 <= 30\*0 + 30\*0 + 30\*0 ⇔ 0 <= 0

x3\_8p2 <= 30y1\_3\_8 + 30y2\_3\_8 + 30y3\_3\_8 ⇔ 12 <= 30\*1 + 30\*0 + 30\*0 ⇔ 12 <= 30

x1\_8 = x1\_8p1 + x1\_8p2 ⇔ 18 = 18 + 0 ⇔ 18 = 18

x2\_8 = x2\_8p1 + x2\_8p2 ⇔ 0 = 0 + 0 ⇔ 0 = 0

x3\_8 = x3\_8p1 + x3\_8p2 ⇔ 12 = 0 + 12 ⇔ 12 = 12

x1\_9p1 <= 30y1\_1\_9 + 30y1\_2\_9 + 30y1\_3\_9 ⇔ 24 <= 30\*0 + 30\*0 + 30\*0 ⇔ 0 <= 0

x2\_9p1 <= 30y2\_1\_9 + 30y2\_2\_9 + 30y2\_3\_9 ⇔ 0 <= 30\*0 + 30\*0 + 30\*0 ⇔ 0 <= 0

x3\_9p1 <= 30y3\_1\_9 + 30y3\_2\_9 + 30y3\_3\_9 ⇔ 5 <= 30\*1 + 30\*0 + 30\*0 ⇔ 5 <= 30

x1\_9p2 <= 30y1\_1\_9 + 30y2\_1\_9 + 30y3\_1\_9 ⇔ 24 <= 30\*0 + 30\*0 + 30\*1 ⇔ 24 <= 30

x2\_9p2 <= 30y1\_2\_9 + 30y2\_2\_9 + 30y3\_2\_9 ⇔ 0 <= 30\*0 + 30\*0 + 30\*0 ⇔ 0 <= 0

x3\_9p2 <= 30y1\_3\_9 + 30y2\_3\_9 + 30y3\_3\_9 ⇔ 0 <= 30\*0 + 30\*0 + 30\*0 ⇔ 0 <= 0

x1\_9 = x1\_9p1 + x1\_9p2 ⇔ 24 = 0 + 24 ⇔ 24 = 24

x2\_9 = x2\_9p1 + x2\_9p2 ⇔ 0 = 0 + 0 ⇔ 0 = 0

x3\_9 = x3\_9p1 + x3\_9p2 ⇔ 5 = 5 + 0 ⇔ 5 = 5

x1\_10p1 <= 30y1\_1\_10 + 30y1\_2\_10 + 30y1\_3\_10 ⇔ 25 <= 30\*0 + 30\*0 + 30\*1 ⇔ 25 <= 30

x2\_10p1 <= 30y2\_1\_10 + 30y2\_2\_10 + 30y2\_3\_10 ⇔ 0 <= 30\*0 + 30\*0 + 30\*0 ⇔ 0 <= 0

x3\_10p1 <= 30y3\_1\_10 + 30y3\_2\_10 + 30y3\_3\_10 ⇔ 0 <= 30\*0 + 30\*0 + 30\*0 ⇔ 0 <= 0

x1\_10p2 <= 30y1\_1\_10 + 30y2\_1\_10 + 30y3\_1\_10 ⇔ 0 <= 30\*0 + 30\*0 + 30\*0 ⇔ 0 <= 0

x2\_10p2 <= 30y1\_2\_10 + 30y2\_2\_10 + 30y3\_2\_10 ⇔ 0 <= 30\*0 + 30\*0 + 30\*0 ⇔ 0 <= 0

x3\_10p2 <= 30y1\_3\_10 + 30y2\_3\_10 + 30y3\_3\_10 ⇔ 5 <= 30\*1 + 30\*0 + 30\*0 ⇔ 5 <= 30

x1\_10 = x1\_10p1 + x1\_10p2 ⇔ 25 = 25 + 0 ⇔ 25 = 25

x2\_10 = x2\_10p1 + x2\_10p2 ⇔ 0 = 0 + 0 ⇔ 0 = 0

x3\_10 = x3\_10p1 + x3\_10p2 ⇔ 5 = 0 + 5 ⇔ 5 = 5

x1\_11p1 <= 30y1\_1\_11 + 30y1\_2\_11 + 30y1\_3\_11 ⇔ 0 <= 30\*0 + 30\*0 + 30\*0 ⇔ 0 <= 0

x2\_11p1 <= 30y2\_1\_11 + 30y2\_2\_11 + 30y2\_3\_11 ⇔ 0 <= 30\*0 + 30\*0 + 30\*0 ⇔ 0 <= 0

x3\_11p1 <= 30y3\_1\_11 + 30y3\_2\_11 + 30y3\_3\_11 ⇔ 19 <= 30\*1 + 30\*0 + 30\*0 ⇔ 19 <= 30

x1\_11p2 <= 30y1\_1\_11 + 30y2\_1\_11 + 30y3\_1\_11 ⇔ 11 <= 30\*0 + 30\*0 + 30\*1 ⇔ 11 <= 30

x2\_11p2 <= 30y1\_2\_11 + 30y2\_2\_11 + 30y3\_2\_11 ⇔ 0 <= 30\*0 + 30\*0 + 30\*0 ⇔ 0 <= 0

x3\_11p2 <= 30y1\_3\_11 + 30y2\_3\_11 + 30y3\_3\_11 ⇔ 0 <= 30\*0 + 30\*0 + 30\*0 ⇔ 0 <= 0

x1\_11 = x1\_11p1 + x1\_11p2 ⇔ 11 = 0 + 11 ⇔ 11 = 11

x2\_11 = x2\_11p1 + x2\_11p2 ⇔ 0 = 0 + 0 ⇔ 0 = 0

x3\_11 = x3\_11p1 + x3\_11p2 ⇔ 19 = 19 + 0 ⇔ 19 = 19

x1\_12p1 <= 30y1\_1\_12 + 30y1\_2\_12 + 30y1\_3\_12 ⇔ 8 <= 30\*0 + 30\*1 + 30\*0 ⇔ 8 <= 30

x2\_12p1 <= 30y2\_1\_12 + 30y2\_2\_12 + 30y2\_3\_12 ⇔ 0 <= 30\*0 + 30\*0 + 30\*0 ⇔ 0 <= 0

x3\_12p1 <= 30y3\_1\_12 + 30y3\_2\_12 + 30y3\_3\_12 ⇔ 0 <= 30\*0 + 30\*0 + 30\*0 ⇔ 0 <= 0

x1\_12p2 <= 30y1\_1\_12 + 30y2\_1\_12 + 30y3\_1\_12 ⇔ 0 <= 30\*0 + 30\*0 + 30\*0 ⇔ 0 <= 0

x2\_12p2 <= 30y1\_2\_12 + 30y2\_2\_12 + 30y3\_2\_12 ⇔ 11 <= 30\*1 + 30\*0 + 30\*0 ⇔ 11 <= 30

x3\_12p2 <= 30y1\_3\_12 + 30y2\_3\_12 + 30y3\_3\_12 ⇔ 0 <= 30\*0 + 30\*0 + 30\*0 ⇔ 0 <= 0

x1\_12 = x1\_12p1 + x1\_12p2 ⇔ 8 = 8 + 0 ⇔ 8 = 8

x2\_12 = x2\_12p1 + x2\_12p2 ⇔ 11 = 0 + 11 ⇔ 11 = 11

x3\_12 = x3\_12p1 + x3\_12p2 ⇔ 0 = 0 + 0 ⇔ 0 = 0

Todas as restrições são VERDADEIRAS.

Há apenas um tipo de produção de sumo por mês:

y1\_1\_1 + y1\_2\_1 + y1\_3\_1 + y2\_1\_1 + y2\_2\_1 + y2\_3\_1 + y3\_1\_1 + y3\_2\_1 + y3\_3\_1 = 1 ⇔ 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 1 + 0 + 0 = 1 ⇔ 1 = 1

y1\_1\_2 + y1\_2\_2 + y1\_3\_2 + y2\_1\_2 + y2\_2\_2 + y2\_3\_2 + y3\_1\_2 + y3\_2\_2 + y3\_3\_2 = 1 ⇔ 0 + 1 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 = 1 ⇔ 1 = 1

y1\_1\_3 + y1\_2\_3 + y1\_3\_3 + y2\_1\_3 + y2\_2\_3 + y2\_3\_3 + y3\_1\_3 + y3\_2\_3 + y3\_3\_3 = 1 ⇔ 0 + 0 + 0 + 1 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 = 1 ⇔ 1 = 1

y1\_1\_4 + y1\_2\_4 + y1\_3\_4 + y2\_1\_4 + y2\_2\_4 + y2\_3\_4 + y3\_1\_4 + y3\_2\_4 + y3\_3\_4 = 1 ⇔ 0 + 0 + 1 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 = 1 ⇔ 1 = 1

y1\_1\_5 + y1\_2\_5 + y1\_3\_5 + y2\_1\_5 + y2\_2\_5 + y2\_3\_5 + y3\_1\_5 + y3\_2\_5 + y3\_3\_5 = 1 ⇔ 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 1 + 0 + 0 = 1 ⇔ 1 = 1

y1\_1\_6 + y1\_2\_6 + y1\_3\_6 + y2\_1\_6 + y2\_2\_6 + y2\_3\_6 + y3\_1\_6 + y3\_2\_6 + y3\_3\_6 = 1 ⇔ 0 + 1 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 = 1 ⇔ 1 = 1

y1\_1\_7 + y1\_2\_7 + y1\_3\_7 + y2\_1\_7 + y2\_2\_7 + y2\_3\_7 + y3\_1\_7 + y3\_2\_7 + y3\_3\_7 = 1 ⇔ 0 + 0 + 0 + 1 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 = 1 ⇔ 1 = 1

y1\_1\_8 + y1\_2\_8 + y1\_3\_8 + y2\_1\_8 + y2\_2\_8 + y2\_3\_8 + y3\_1\_8 + y3\_2\_8 + y3\_3\_8 = 1 ⇔ 0 + 0 + 1 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 = 1 ⇔ 1 = 1

y1\_1\_9 + y1\_2\_9 + y1\_3\_9 + y2\_1\_9 + y2\_2\_9 + y2\_3\_9 + y3\_1\_9 + y3\_2\_9 + y3\_3\_9 = 1 ⇔ 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 1 + 0 + 0 = 1 ⇔ 1 = 1

y1\_1\_10 + y1\_2\_10 + y1\_3\_10 + y2\_1\_10 + y2\_2\_10 + y2\_3\_10 + y3\_1\_10 + y3\_2\_10 + y3\_3\_10 = 1 ⇔ 0 + 0 + 1 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 = 1 ⇔ 1 = 1

y1\_1\_11 + y1\_2\_11 + y1\_3\_11 + y2\_1\_11 + y2\_2\_11 + y2\_3\_11 + y3\_1\_11 + y3\_2\_11 + y3\_3\_11 = 1 ⇔ 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 1 + 0 + 0 = 1 ⇔ 1 = 1

y1\_1\_12 + y1\_2\_12 + y1\_3\_12 + y2\_1\_12 + y2\_2\_12 + y2\_3\_12 + y3\_1\_12 + y3\_2\_12 + y3\_3\_12 = 1 ⇔ 0 + 1 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 = 1 ⇔ 1 = 1

Todas as restrições são VERDADEIRAS.

Há apenas uma mudança do tipo de sumo produzido por mês:

y1\_1\_1 + y2\_1\_1 + y3\_1\_1 + y2\_2\_1 + y3\_3\_1 = y1\_1\_2 + y1\_2\_2 + y1\_3\_2 ⇔ 0 + 0 + 1 + 0 + 0 = 0 + 1 + 0 ⇔ 1 = 1

y1\_2\_1 + y2\_2\_1 + y3\_2\_1 + y1\_1\_1 + y3\_3\_1 = y2\_1\_2 + y2\_2\_2 + y2\_3\_2 ⇔ 0 + 0 + 0 + 0 + 0 = 0 + 0 + 0 ⇔ 0 = 0

y1\_3\_1 + y2\_3\_1 + y3\_3\_1 + y1\_1\_1 + y2\_2\_1 = y3\_1\_2 + y3\_2\_2 + y3\_3\_2 ⇔ 0 + 0 + 0 + 0 + 0 = 0 + 0 + 0 ⇔ 0 = 0

y1\_1\_2 + y2\_1\_2 + y3\_1\_2 + y2\_2\_2 + y3\_3\_2 = y1\_1\_3 + y1\_2\_3 + y1\_3\_3 ⇔ 0 + 0 + 0 + 0 + 0 = 0 + 0 + 0 ⇔ 0 = 0

y1\_2\_2 + y2\_2\_2 + y3\_2\_2 + y1\_1\_2 + y3\_3\_2 = y2\_1\_3 + y2\_2\_3 + y2\_3\_3 ⇔ 1 + 0 + 0 + 0 + 0 = 1 + 0 + 0 ⇔ 1 = 1

y1\_3\_2 + y2\_3\_2 + y3\_3\_2 + y1\_1\_2 + y2\_2\_2 = y3\_1\_3 + y3\_2\_3 + y3\_3\_3 ⇔ 0 + 0 + 0 + 0 + 0 = 0 + 0 + 0 ⇔ 0 = 0

y1\_1\_3 + y2\_1\_3 + y3\_1\_3 + y2\_2\_3 + y3\_3\_3 = y1\_1\_4 + y1\_2\_4 + y1\_3\_4 ⇔ 0 + 1 + 0 + 0 + 0 = 0 + 0 + 1 ⇔ 1 = 1

y1\_2\_3 + y2\_2\_3 + y3\_2\_3 + y1\_1\_3 + y3\_3\_3 = y2\_1\_4 + y2\_2\_4 + y2\_3\_4 ⇔ 0 + 0 + 0 + 0 + 0 = 0 + 0 + 0 ⇔ 0 = 0

y1\_3\_3 + y2\_3\_3 + y3\_3\_3 + y1\_1\_3 + y2\_2\_3 = y3\_1\_4 + y3\_2\_4 + y3\_3\_4 ⇔ 0 + 0 + 0 + 0 + 0 = 0 + 0 + 0 ⇔ 0 = 0

y1\_1\_4 + y2\_1\_4 + y3\_1\_4 + y2\_2\_4 + y3\_3\_4 = y1\_1\_5 + y1\_2\_5 + y1\_3\_5 ⇔ 0 + 0 + 0 + 0 + 0 = 0 + 0 + 0 ⇔ 0 = 0

y1\_2\_4 + y2\_2\_4 + y3\_2\_4 + y1\_1\_4 + y3\_3\_4 = y2\_1\_5 + y2\_2\_5 + y2\_3\_5 ⇔ 0 + 0 + 0 + 0 + 0 = 0 + 0 + 0 ⇔ 0 = 0

y1\_3\_4 + y2\_3\_4 + y3\_3\_4 + y1\_1\_4 + y2\_2\_4 = y3\_1\_5 + y3\_2\_5 + y3\_3\_5 ⇔ 1 + 0 + 0 + 0 + 0 = 1 + 0 + 0 ⇔ 1 = 1

y1\_1\_5 + y2\_1\_5 + y3\_1\_5 + y2\_2\_5 + y3\_3\_5 = y1\_1\_6 + y1\_2\_6 + y1\_3\_6 ⇔ 0 + 0 + 1 + 0 + 0 = 0 + 1 + 0 ⇔ 1 = 1

y1\_2\_5 + y2\_2\_5 + y3\_2\_5 + y1\_1\_5 + y3\_3\_5 = y2\_1\_6 + y2\_2\_6 + y2\_3\_6 ⇔ 0 + 0 + 0 + 0 + 0 = 0 + 0 + 0 ⇔ 0 = 0

y1\_3\_5 + y2\_3\_5 + y3\_3\_5 + y1\_1\_5 + y2\_2\_5 = y3\_1\_6 + y3\_2\_6 + y3\_3\_6 ⇔ 0 + 0 + 0 + 0 + 0 = 0 + 0 + 0 ⇔ 0 = 0

y1\_1\_6 + y2\_1\_6 + y3\_1\_6 + y2\_2\_6 + y3\_3\_6 = y1\_1\_7 + y1\_2\_7 + y1\_3\_7 ⇔ 0 + 0 + 0 + 0 + 0 = 0 + 0 + 0 ⇔ 0 = 0

y1\_2\_6 + y2\_2\_6 + y3\_2\_6 + y1\_1\_6 + y3\_3\_6 = y2\_1\_7 + y2\_2\_7 + y2\_3\_7 ⇔ 1 + 0 + 0 + 0 + 0 = 1 + 0 + 0 ⇔ 1 = 1

y1\_3\_6 + y2\_3\_6 + y3\_3\_6 + y1\_1\_6 + y2\_2\_6 = y3\_1\_7 + y3\_2\_7 + y3\_3\_7 ⇔ 0 + 0 + 0 + 0 + 0 = 0 + 0 + 0 ⇔ 0 = 0

y1\_1\_7 + y2\_1\_7 + y3\_1\_7 + y2\_2\_7 + y3\_3\_7 = y1\_1\_8 + y1\_2\_8 + y1\_3\_8 ⇔ 0 + 1 + 0 + 0 + 0 = 0 + 0 + 1 ⇔ 1 = 1

y1\_2\_7 + y2\_2\_7 + y3\_2\_7 + y1\_1\_7 + y3\_3\_7 = y2\_1\_8 + y2\_2\_8 + y2\_3\_8 ⇔ 0 + 0 + 0 + 0 + 0 = 0 + 0 + 0 ⇔ 0 = 0

y1\_3\_7 + y2\_3\_7 + y3\_3\_7 + y1\_1\_7 + y2\_2\_7 = y3\_1\_8 + y3\_2\_8 + y3\_3\_8 ⇔ 0 + 0 + 0 + 0 + 0 = 0 + 0 + 0 ⇔ 0 = 0

y1\_1\_8 + y2\_1\_8 + y3\_1\_8 + y2\_2\_8 + y3\_3\_8 = y1\_1\_9 + y1\_2\_9 + y1\_3\_9 ⇔ 0 + 0 + 0 + 0 + 0 = 0 + 0 + 0 ⇔ 0 = 0

y1\_2\_8 + y2\_2\_8 + y3\_2\_8 + y1\_1\_8 + y3\_3\_8 = y2\_1\_9 + y2\_2\_9 + y2\_3\_9 ⇔ 0 + 0 + 0 + 0 + 0 = 0 + 0 + 0 ⇔ 0 = 0

y1\_3\_8 + y2\_3\_8 + y3\_3\_8 + y1\_1\_8 + y2\_2\_8 = y3\_1\_9 + y3\_2\_9 + y3\_3\_9 ⇔ 1 + 0 + 0 + 0 + 0 = 1 + 0 + 0 ⇔ 1 = 1

y1\_1\_9 + y2\_1\_9 + y3\_1\_9 + y2\_2\_9 + y3\_3\_9 = y1\_1\_10 + y1\_2\_10 + y1\_3\_10 ⇔ 0 + 0 + 1 + 0 + 0 = 0 + 0 + 1 ⇔ 1 = 1

y1\_2\_9 + y2\_2\_9 + y3\_2\_9 + y1\_1\_9 + y3\_3\_9 = y2\_1\_10 + y2\_2\_10 + y2\_3\_10 ⇔ 0 + 0 + 0 + 0 + 0 = 0 + 0 + 0 ⇔ 0 = 0

y1\_3\_9 + y2\_3\_9 + y3\_3\_9 + y1\_1\_9 + y2\_2\_9 = y3\_1\_10 + y3\_2\_10 + y3\_3\_10 ⇔ 0 + 0 + 0 + 0 + 0 = 0 + 0 + 0 ⇔ 0 = 0

y1\_1\_10 + y2\_1\_10 + y3\_1\_10 + y2\_2\_10 + y3\_3\_10 = y1\_1\_11 + y1\_2\_11 + y1\_3\_11 ⇔ 0 + 0 + 0 + 0 + 0 = 0 + 0 + 0 ⇔ 0 = 0

y1\_2\_10 + y2\_2\_10 + y3\_2\_10 + y1\_1\_10 + y3\_3\_10 = y2\_1\_11 + y2\_2\_11 + y2\_3\_11 ⇔ 0 + 0 + 0 + 0 + 0 = 0 + 0 + 0 ⇔ 0 = 0

y1\_3\_10 + y2\_3\_10 + y3\_3\_10 + y1\_1\_10 + y2\_2\_10 = y3\_1\_11 + y3\_2\_11 + y3\_3\_11 ⇔ 1 + 0 + 0 + 0 + 0 = 1 + 0 + 0 ⇔ 1 = 1

y1\_1\_11 + y2\_1\_11 + y3\_1\_11 + y2\_2\_11 + y3\_3\_11 = y1\_1\_12 + y1\_2\_12 + y1\_3\_12 ⇔ 0 + 0 + 1 + 0 + 0 = 0 + 1 + 0 ⇔ 1 = 1

y1\_2\_11 + y2\_2\_11 + y3\_2\_11 + y1\_1\_11 + y3\_3\_11 = y2\_1\_12 + y2\_2\_12 + y2\_3\_12 ⇔ 0 + 0 + 0 + 0 + 0 = 0 + 0 + 0 ⇔ 0 = 0

y1\_3\_11 + y2\_3\_11 + y3\_3\_11 + y1\_1\_11 + y2\_2\_11 = y3\_1\_12 + y3\_2\_12 + y3\_3\_12 ⇔ 0 + 0 + 0 + 0 + 0 = 0 + 0 + 0 ⇔ 0 = 0

Todas as restrições são VERDADEIRAS.

**Cálculo dos custos do concentrado:**

CusC = 180\*c1\_1 + 200\*c1\_2 + 180\*c1\_3 + 200\*c1\_4 + 180\*c1\_5 + 200\*c1\_6 + 180\*c1\_7 + 200\*c1\_8 + 180\*c1\_9 + 200\*c1\_10 + 180\*c1\_11 + 200\*c1\_12 + 231c2\_1 + 199c2\_2 + 187c2\_3 + 198c2\_4 + 210c2\_5 + 208c2\_6 + 211c2\_7 + 220c2\_8 + 217c2\_9 + 216c2\_10 + 221c2\_11 + 217c2\_12 + 116c3\_1 + 116c3\_2 + 124c3\_3 + 120c3\_4 + 132c3\_5 + 128c3\_6 + 136c3\_7 + 116c3\_8 + 120c3\_9 + 108c3\_10 + 100c3\_11 + 116c3\_12 = 180\*2 + 200\*0 + 180\*0 + 200\*0 + 180\*33 + 200\*0 + 180\*38 + 200\*0 + 180\*49 + 200\*0 + 180\*35 + 200\*0 + 231\*0 + 199\*0 + 187\*57 + 198\*0 + 210\*0 + 208\*6 + 211\*0 + 220\*0 + 217\*0 + 216\*0 + 221\*0 + 217\*19 + 116\*0 + 116\*0 + 124\*0 + 120\*18 + 132\*0 + 128\*0 + 136\*0 + 116\*17 + 120\*0 + 108\*5 + 100\*25 + 116\*0 = 51462

**Cálculos dos custos do sumo:**

CusS = 10\*x1\_1 + 10\*x2\_1 + 10\*x3\_1 + 10\*x1\_2 + 10\*x2\_2 + 10\*x3\_2 + 10\*x1\_3 + 10\*x2\_3 + 10\*x3\_3 + 10\*x1\_4 + 10\*x2\_4 + 10\*x3\_4 + 10\*x1\_5 + 10\*x2\_5 + 10\*x3\_5 + 10\*x1\_6 + 10\*x2\_6 + 10\*x3\_6 + 10\*x1\_7 + 10\*x2\_7 + 10\*x3\_7 + 12\*x1\_8 + 12\*x2\_8 + 12\*x3\_8 + 10\*x1\_9 + 10\*x2\_9 + 10\*x3\_9 + 10\*x1\_10 + 10\*x2\_10 + 10\*x3\_10 + 10\*x1\_11 + 10\*x2\_11 + 10\*x3\_11 + 10\*x1\_12 + 10\*x2\_12 + 10\*x3\_12 = 10\*0 + 10\*0 + 10\*3 + 10\*18 + 10\*8 + 10\*0 + 10\*0 + 10\*30 + 10\*0 + 10\*0 + 10\*0 + 10\*21 + 10\*30 + 10\*0 + 10\*0 + 10\*3 + 10\*23 + 10\*0 + 10\*20 + 10\*10 + 10\*0 + 12\*18 + 12\*0 + 12\*12 + 10\*24 + 10\*0 + 10\*5 + 10\*25 + 10\*0 + 10\*5 + 10\*11 + 10\*0 + 10\*19 + 10\*8 + 10\*11 + 10\*0 = 3100

**Cálculo dos custos do *stock* de sumos:**

CusStS = 3\*s1\_1 + 3\*s1\_2 + 3\*s1\_3 + 3\*s1\_4 + 3\*s1\_5 + 3\*s1\_6 + 3\*s1\_7 + 3\*s1\_8 + 3\*s1\_9 + 3\*s1\_10 + 3\*s1\_11 + 3\*s1\_12 + 3\*s2\_1 + 3\*s2\_2 + 3\*s2\_3 + 3\*s2\_4 + 3\*s2\_5 + 3\*s2\_6 + 3\*s2\_7 + 3\*s2\_8 + 3\*s2\_9 + 3\*s2\_10 + 3\*s2\_11 + 3\*s2\_12 + 3\*s3\_1 + 3\*s3\_2 + 3\*s3\_3 + 3\*s3\_4 + 3\*s3\_5 + 3\*s3\_6 + 3\*s3\_7 + 3\*s3\_8 + 3\*s3\_9 + 3\*s3\_10 + 3\*s3\_11 + 3\*s3\_12 = 3\*20 + 3\*11 + 3\*20 + 3\*11 + 3\*0 + 3\*13 + 3\*0 + 3\*0 + 3\*0 + 3\*7 + 3\*20 + 3\*21 + 3\*10 + 3\*0 + 3\* 3 + 3\*28 + 3\*22 + 3\*14 + 3\*28 + 3\*28 + 3\*18 + 3\*10 + 3\*4 + 3\*0 + 3\*10 + 3\*9 + 3\*5 + 3\*1 + 3\*17 + 3\*11 + 3\*4 + 3\*0 + 3\*0 + 3\*0 + 3\*0 + 3\*14 = 1077

**Cálculo dos custos do *stock* de concentrados:**

(Como o custo de posse de inventário é de 1 U.M/U.E. período, é compreensível a multiplicação por 1.)

CusStC = 1\*a1\_1 + 1\*a1\_2 + 1\*a1\_3 + 1\*a1\_4 + 1\*a1\_5 + 1\*a1\_6 + 1\*a1\_7 + 1\*a1\_8 + 1\*a1\_9 + 1\*a1\_10 + 1\*a1\_11 + 1\*a1\_12 + 1\*a2\_1 + 1\*a2\_2 + 1\*a2\_3 + 1\*a2\_4 + 1\*a2\_5 + 1\*a2\_6 + 1\*a2\_7 + 1\*a2\_8 + 1\*a2\_9 + 1\*a2\_10 + 1\*a2\_11 + 1\*a2\_12 + 1\*a3\_1 + 1\*a3\_2 + 1\*a3\_3 + 1\*a3\_4 + 1\*a3\_5 + 1\*a3\_6 + 1\*a3\_7 + 1\*a3\_8 + 1\*a3\_9 + 1\*a3\_10 + 1\*a3\_11 + 1\*a3\_12 = 1\*16 + 1\*18 + 1\*0 + 1\*0 + 1\*0 + 1\*3 + 1\*0 + 1\*18 + 1\*0 + 1\*25 + 1\*0 + 1\*24 + 1\*8 + 1\*8 + 1\*0 + 1\*27 + 1\*27 + 1\*27 + 1\*10 + 1\*0 + 1\*0 + 1\*0 + 1\*0 + 1\*0 + 1\*6 + 1\*3 + 1\*3 + 1\*3 + 1\*0 + 1\*0 + 1\*0 + 1\*0 + 1\*5 + 1\*0 + 1\*0 + 1\*6 = 237

**Custo das unidades entregues com penalização de 1:**

CusE1 = 1\*e1\_1 + 1\*e1\_2 + 1\*e1\_3 + 1\*e1\_4 + 1\*e1\_5 + 1\*e1\_6 + 1\*e1\_7 + 1\*e1\_8 + 1\*e1\_9 + 1\*e1\_10 + 1\*e1\_11 + 1\*e1\_12 + 1\*e2\_1 + 1\*e2\_2 + 1\*e2\_3 + 1\*e2\_4 + 1\*e2\_5 + 1\*e2\_6 + 1\*e2\_7 + 1\*e2\_8 + 1\*e2\_9 + 1\*e2\_10 + 1\*e2\_11 + 1\*e2\_12 + 1\*e3\_1 + 1\*e3\_2 + 1\*e3\_3 + 1\*e3\_4 + 1\*e3\_5 + 1\*e3\_6 + 1\*e3\_7 + 1\*e3\_8 + 1\*e3\_9 + 1\*e3\_10 + 1\*e3\_11 + 1\*e3\_12 = 1\*0 + 1\*0 + 1\*0 + 1\*1 + 1\*0 + 1\*1 + 1\*0 + 1\*1 + 1\*0 + 1\*0 + 1\*0 + 1\*0 + 1\*0 + 1\*0 + 1\*0 +1\*0 + 1\*0 + 1\*0 + 1\*0 + 1\*0 + 1\*0 + 1\*0 + 1\*1 + 1\*1 + 1\*0 + 1\*0 +1\*0 + 1\*0 + 1\*0 + 1\*0 + 1\*1 + 1\*0 + 1\*1 + 1\*1 + 1\*0 + 1\*0 = 8

**Custo das unidades entregues com penalização de 10:**

CusE10 = 10\*f1\_1 + 10\*f1\_2 + 10\*f1\_3 + 10\*f1\_4 + 10\*f1\_5 + 10\*f1\_6 + 10\*f1\_7 + 10\*f1\_8 + 10\*f1\_9 + 10\*f1\_10 + 10\*f1\_11 + 10\*f1\_12 + 10\*f2\_1 + 10\*f2\_2 + 10\*f2\_3 + 10\*f2\_4 + 10\*f2\_5 + 10\*f2\_6 + 10\*f2\_7 + 10\*f2\_8 + 10\*f2\_9 + 10\*f2\_10 + 10\*f2\_11 + 10\*f2\_12 + 10\*f3\_1 + 10\*f3\_2 + 10\*f3\_3 + 10\*f3\_4 + 10\*f3\_5 + 10\*f3\_6 + 10\*f3\_7 + 10\*f3\_8 + 10\*f3\_9 + 10\*f3\_10 + 10\*f3\_11 + 10\*f3\_12 = 10\*0 + 10\*0 + 10\*0 + 10\*0 + 10\*0 + 10\*0 + 10\*0 + 10\*0 + 10\*0 + 10\*0 + 10\*0 + 10\*0 + 10\*0 + 10\*0 + 10\*0 + 10\*0 + 10\*0 + 10\*0 + 10\*0 + 10\*0 + 10\*0 + 10\*0 + 10\*0 + 10\*4 + 10\*0 + 10\*0 + 10\*0 + 10\*0 + 10\*0 + 10\*0 + 10\*3 + 10\*0 + 10\*0 + 10\*0 + 10\*0 + 10\*0 = 10\*4 + 10\*3 = 70

**Cálculo total dos custos:**

(Cálculo da função objetivo)

min = CusC + CusS + CusStS + CusStC + CusE1 + CusE10 = 51462 + 3100 + 1077 + 237 + 8 + 70 = 55954

Logo os cálculos que foram efetuados no *LPSolve* têm exatamente o mesmo resultado que aqueles que acabamos de calcular.

# Conclusão

Da parte 1 para a parte 2, julgamos não fazer sentido comparar os valores dos custos, visto que abordam situações bastante diferentes. No entanto, olhando para os valores dos custos fixos novos que foram introduzidos nestas partes, os da parte 1 são maiores que os da parte 2, por isso, faz sentido que a parte 1 tenha um custo total maior que a parte 2.

Tal como seria de esperar, os custos foram mais baixos no modelo da parte 3 do que no modelo da parte 2, visto que passamos a permitir que ocorresse mudança no tipo de sumo produzido em qualquer parte do mês em vez de ser apenas no início. Através desta maior flexibilidade, foi possível uma melhor racionalização de recursos, daí a descida nos custos. Para além disso, não há perda na capacidade de produção quando se muda a produção na parte 3, ao contrário do que acontece na parte 2, logo isso permite também reduzir os custos em relação à parte 2.

Tendo em conta o que foi dito anteriormente, a comparação entre parte 1 e parte 3 também não fará muito sentido visto que a parte 3 é semelhante à parte 2 que, como justificamos em cima, não têm uma comparação propriamente direta com a parte 1. É, no entanto, normal que a parte 3 que tenha custos mais baixos que a parte 1, pois não tem custos fixos e tem maior flexibilidade que a parte 2, que por si só já tinha custos mais baixos que a parte 1.

Em suma, com este trabalho conseguimos aplicar e melhorar os nossos conhecimentos sobre programação linear mista e julgamos que cumprimos os objetivos previamente definidos.